

# **Technische Information 5**

VERBUNDSTÜTZEN AUS BETONGEFÜLLTEN MSH-PROFILEN MIT KREISFÖRMIGEN, QUADRATISCHEN UND RECHTECKIGEN QUERSCHNITTEN



# Verbundstützen aus betongefüllten MSH-Profilen

Dr.-Ing. R. Bergmann, Ruhr-Universität Bochum, überarbeitet von Dr.-Ing. Oliver Fleischer und Dr.-Ing. Stefan Herion, KoRoH GmbH

## **1 Einleitung**

Verbundstützen unter Verwendung betongefüllter MSH-Profile mit kreisförmigen, quadratischen und rechteckigen Querschnitten werden bereits seit längerer Zeit eingesetzt. Sie bieten neben der ästhetischen äußeren Form des Profils (sichtbarer Stahl) gleichzeitig die Möglichkeit, hohe Lasten über verhältnismäßig geringe Querschnittsabmessungen abzutragen.

Die Vorteile lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Der sichtbare Stahl erlaubt innen und außen architektonisch anspruchsvolle Gestaltungen.
- Schlankere Stützen erlauben größere Nutzungsflächen im Gebäude.
- Große Variationsmöglichkeiten des Querschnitts, ohne die Außenabmessung der Stützen zu verändern, durch Zulage von Bewehrung. Dies führt zu gleichartigen Grundrissen in einem Gebäude über alle Geschosse.

### Überarbeitete Ausgabe 2019



Vallourec ist Mitglied des CIDECT (Comité International pour le Développement et l'Étude de la Construction Tubulaire – Internationales Komitee für Forschung und Entwicklung von Hohlprofilkonstruktionen).



www.cidect.org

Weitere Druckschriften zur Anwendungstechnik von MSH-Profilen siehe "Technische Informationen Nr.1"

- Das Ausbetonieren von MSH-Profilen erfordert keine speziellen Ausrüstungen und kann in andere Betonierarbeiten einbezogen werden.
- > Die Betonfüllung ist gegen mechanische Beschädigung geschützt.
- > Es ist keine Schalung für den Beton erforderlich.
- Die Aushärtung des Betons behindert nicht den Baufortschritt.
- Mit entsprechender Zusatzbewehrung lassen sich für betongefüllte MSH-Profile Brandwiderstandsdauern bis zu 90 Min., d. h. Brandschutzklasse R90, erreichen.

In den folgenden Abschnitten wird die Bemessung von Verbundstützen aus MSH-Profilen nach dem vereinfachten Verfahren der DIN EN 1994-1-1 (Eurocodes 4) behandelt.

Die vereinfachte Methode erfordert zunächst ein Schätzen des erforderlichen Querschnitts für eine Verbundstütze. Nach einer etwas umfangreicheren Berechnung kann dann die Stütze der Vorabschätzung beurteilt und ggf. mit einer neuen Schätzung von vorn begonnen werden.

Um den Berechnungsvorgang zu erleichtern, sind in dieser Druckschrift Diagramme angegeben, aus denen über die vorhandene Stützenlänge und die Lastkombination aus Normalkraft und Endmomenten der erforderliche Querschnitt abgelesen werden kann. Die Berechnungsbasis dieser Kurven, das vereinfachte Verfahren des Eurocodes 4, wird nachfolgend beschrieben und erläutert.



1 Einleitung	2
2 Nachweise für Druck und Biegu	ung 4
3 Nachweise f ür Schub und Lasteinleitung	12
4 Zusammenfassung der einschränkenden Parameter und Anwendungsgrenzen	17
5 Literatur	18
6 Abkürzungen und Symbole	19
7 Beispiel 1: Rechteckiges MSH Profil (S355H) mit exzentrischer Lasteinleitung	20
8 Beispiel 2: Kreisförmige MSH-Profile mit planmäßig zentrischer Lasteinleitung	25

# 2 Nachweise für Druck und Biegung

### 2.1 Voraussetzungen

### 2.1.1 Teilsicherheitsbeiwerte für Werkstoffe

Nach den Angaben der DIN EN 1994-1-1 sind die folgende Teilsicherheitsbeiwerte für die Werkstoffe anzusetzen:

γ<sub>M1</sub>= 1,1 für Baustahl (MSH-Profile)

 $\gamma_{c}$  = 1,5 für Beton

 $\gamma_s = 1,15$  für Bewehrungsstahl

In der DIN EN 1994-1-1 wird zwar für den Teilsicherheitsbeiwert für Baustahl  $\gamma_{M0} = 1,0$  angegeben, auf Grundlage des Nationalen Anhangs DIN EN 1994-1-1 ist jedoch für Verbundstützen der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_{M1}$  zu verwenden.

Damit werden die Bemessungswerte der Streckgrenzen des MSH-Profils  $f_{\rm yd}$ , Betons  $f_{\rm cd}$  und des Bewehrungsstahls  $f_{\rm sd}$  aus den charakteristischen Streckgrenzen ermittelt:

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$
$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$
$$f_{sd} = \frac{f_{sk}}{\gamma_s}$$

mit  $f_y$ ,  $f_{ck}$ ,  $f_{sk}$  = charakteristische Streckgrenzen für das MSH-Profil, den Beton und den Bewehrungsstahl;  $\gamma_{MI}$ ,  $\gamma_{C}$ ,  $\gamma_s$  = Teilsicherheitsbeiwerte.

### 2.1.2 Abgrenzung

Als Verbundstütze gilt ein über seine gesamte Länge verfülltes MSH-Profil. Zusätzlich kann eine Bewehrung angeordnet sein (Bild 1).



> Bild 1: Querschnittsformen und Abmessungen

Der Anteil des plastischen Normalkraftwiderstands des Stahlprofils an dem plastischen Normalkraftwiderstand der Verbundstütze N<sub>pl,Rd</sub> muss innerhalb der in Gleichung 1 angegebenen Grenzen liegen:

$$0,2 \le \delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \le 0,9$$
 (1)

mit  $A_a$ ,  $f_{yd}$  = Fläche und Bemessungswert der Mindeststreckgrenze des MSH-Profils;  $N_{pl,Rd}$  = plastische Normalkraftwiderstand des Verbundguerschnitts.

### 2.1.3 Ermittlung der Schnittgrößen

Die Schnittgrößen im Grenzzustand der Tragfähigkeit (ULS) werden aus Kombinationen äußerer Einwirkungen berechnet. Für diese äußeren Einwirkungen sind Bemessungswerte zu verwenden, die durch Erhöhung der charakteristischen Werte mit Teilsicherheitsbeiwerten  $\gamma_F$  ermittelt werden. Die Kombinations-  $\psi$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_F$  können der DIN EN 1990 sowie den jeweiligen nationalen Anhängen wie z.B. in Deutschland der DIN EN 1990/NA entnommen werden.

Die Schnittgrößen dürfen unter Ansatz der Ausgangsgeometrie nach Theorie I. Ordnung ermittelt werden, wenn der aus den Verformungen resultierende Zuwachs der maßgebenden Schnittgrößen kleiner als 10 % ist (Gl. 2).

$$a_{cr} \ge 10$$

mit  $\alpha_{cr}$  = Verzweigungslastfaktor, mit dem die Bemessungswerte der Einwirkungen



bis zum Erreichen der nach der Elastizitätstheorie ermittelten globalen idealen Verzweigungslast erhöht werden müssen.

Sind die Einflüsse aus der Tragwerksverformung nicht mehr vernachlässigbar, sind die Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung der Einflüsse aus der Tragwerksverformung zu berechnen. Dies darf Näherungsweise durch Vergrößerung der Schnittgrößen nach Theorie I. Ordnung mit einem Vergrößerungsfaktor erfolgen.

2.1.4 Nachweis gegen örtliches Beulen Die MSH-Profile müssen eine ausreichende Wanddicke aufweisen, um ein lokales Beulen vor Erreichen der Traglast zu verhindern. Der Nachweis kann durch Einhalten eines Grenzverhältnisses d/t oder h/t erfolgen, wobei die Bezeichnungen nach Bild 1 gelten.

- $d/t \leq 90 \cdot \epsilon^2 \mbox{ für betongefüllte kreisförmige} \\ MSH-Profile$
- $h/t \le 52 \cdot \epsilon$  für betongefüllte rechteckige und quadratische MSH-Profile, wobei h die größere der beiden Seiten bei rechteckigen MSH-Profilen ist

Der Beiwert  $\epsilon$  (Gl. 3) erfasst den Einfluss unterschiedlicher Streckgrenzen.

$$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$$
(3)

mit  $f_y$  = Mindeststreckgrenze des MSH-Profils in N/mm<sup>2</sup>.

(2)

Für die gebräuchlichen Stahlsorten können die Grenzverhältnisses d/t oder h/t Tabelle 1 entnommen werden.

### Tabelle 1: Grenzwerte d/t und h/t

		Stahlsorte*						
	S	S	S	S	S			
$f_{_y} \text{ in } N/mm^2$	235	275	355	420	460			
betonge- füllte kreis- förmige MSH- Profile	90	77	60	50	46			
betonge- füllte recht- eckige MSH- Profile	52	48	42	39	37			

\* S 235 JRH / S275 J0H & J2H / S 355 J0H, J2H & K2H sowie S275 / S355, S420 / S460 NH und NLH

Die in den Diagrammen enthaltenen Stahlhohlprofile erfüllen diese Bedingungen und sind nicht beulgefährdet.

### 2.2 Der plastische Normalkraftwiderstand

Der plastische Widerstand N<sub>pl,Rd</sub> der Verbundstütze bei reiner Normalkraftbeanspruchung ergibt sich aus der Addition der Normalkraftwiderstände des MSH-Profils, des Betons und der Bewehrung (Gl. 4).

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} + A_c f_{cd} + A_s f_{sd}$$

(4)

mit:  $A_{a^3} f_{yd}$  = Querschnittsfläche und Bemessungsstreckgrenze für das MSH-Profil;  $A_e, f_{ed}$  = Nettoquerschnittsfläche (ohne Bewehrung) und Bemessungswert der Zylinderfestigkeit für den Beton;  $A_s, f_{sd}$  = Querschnittsfläche und Bemessungsstreckgrenze für die Bewehrung.

Bei offenen Profilen mit außenliegendem Beton dürfen lediglich 85 % der charakteristischen Betondruckfestigkeit  $f_{ck}$  in Ansatz gebracht werden. Wegen der besseren Festigkeitsentwicklung des Betons aufgrund des Luftabschlusses im Innern des Hohlprofils ist diese Reduktion bei MSH-Profilen nicht erforderlich.

Die Längsbewehrung darf bis zu einem Anteil von 6 % der Brutto-Betonquer-

schnittsfläche in Rechnung gestellt werden. Für die Bemessung unter Brandeinwirkung (Heißbemessung) können höhere Bewehrungsanteile erforderlich und dann auch in Rechnung gestellt werden. Für die Bemessung im kalten Zustand dürfen jedoch auch dann nur 6 % der Brutto-Betonquerschnittsfläche angerechnet werden.

Bei gedrungenen betongefüllten kreisförmigen MSH-Profilen mit einem Schlankheitsgrad von  $\overline{\lambda} \leq 0,5$  (Gl. 9) und einer Exzentrizität der Normalkraft e  $\leq d/10$  darf ein zusätzlicher Effekt aus der Umschnürungswirkung des Stahlrohrs berücksichtigt werden. Hierbei wird die Zylinderdruckfestigkeit des Betons  $f_{\rm ek}$  vergrößert, während gleichzeitig die Streckgrenze des MSH-Profils  $f_{\rm v}$  reduziert wird.

Die Exzentrizität e der Normalkraft ist dabei nach Gleichung 5 zu ermitteln.

$$e = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}}$$
(5)

mit  $M_{_{Ed}}$  = Bemessungswert des einwirkenden Biegemomentes nach Theorie 1. Ordnung;  $N_{_{Ed}}$  = Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft.

Die plastischen Normaltragfähigkeit N<sub>pl,Rd</sub> ergibt sich dann mit Gleichung 6:

$$N_{pl,Rd} = A_a f_{yd} \eta_a + A_c f_{cd} \left( 1 + \eta_c \frac{t}{d} \frac{f_y}{f_{ck}} \right)$$
(6)  
+ A\_s f\_{sd}

mit Bezeichnungen wie für Gleichung 4.

Die Beiwerte  $\eta_a$  (Gl. 7) und  $\eta_c$  (Gl. 8) sind abhängig vom Schlankheitsgrad  $\overline{\lambda}$  (Gl. 9) und der Lastexzentrizität e (Gl. 5):

$$\eta_{a} = \eta_{a0} + (1 - \eta_{a0}) \frac{10}{d} \frac{d}{d}$$

$$\eta_{c} = \eta_{c0} + (1 - 10\frac{d}{d})$$
(8)

 $\begin{array}{ll} \text{und} & \eta_{a0} = 0,25 \; (3+2\bar{\lambda}\,) \leq 1,0 \\ \\ \eta_{a0} = 4,9-18,5\bar{\lambda}+17\bar{\lambda}^2 \geq 0 \end{array}$ 

mit e = Exzentrizität; d = Außendurchmesser;  $\overline{\lambda}$  = Schlankheitsgrad.

### 2.3 Der plastische Momentenwiderstand

Der plastische Momentenwiderstand des Querschnitts M<sub>pl.Rd</sub> wird unter der Annahme einer vollplastischen Spannungsverteilung (Bild 2) ermittelt. Beton, der durch Zugspannungen beansprucht würde, gilt dabei als ausgefallen.



> Bild 2: Plastische Spannungsverteilung

Die charakteristischen Zylinderdruckfestigkeiten  $f_{ck}$  und mittleren E-Moduli  $E_{cm}$ ausgewählter Betone können Tabelle 2 entnommen werden.

# Tabelle 2: Betoneigenschaftennach DIN EN 1992-1-1

	С	С	С	С	С	С	С
	20/25	25/30	30/37	40/50	45/55	50/60	60/75
f	20	25	30	40	45	50	60
E <sub>cm</sub>	30	31	33	35	36	37	39

f<sub>ek</sub> in N/mm<sup>2</sup>

(7)

$$E_{cm} = 22[(f_{ck} + 8)/10]^{0.3} \text{ in } 10^3 \text{ N/mm}^2$$

Der Momentenwiderstand  $M_{pl,Rd}$  ist dadurch charakterisiert, dass die Spannungsverteilung keine resultierende Normalkraft liefert  $\Sigma N = 0$ . In Abschnitt 2.9 werden Methoden zur Berechnung von  $M_{pl,Rd}$  angeführt.

# 2.4 Schlankheitsgrad und Steifigkeit

#### 2.4.1 Schlankheitsgrad

Der Schlankheitsgrad  $\bar{\lambda}$  ergibt sich mit Gleichung 9:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{a} f_{y} + A_{c} f_{ck} + A_{s} f_{sk}}{N_{cr}}}$$
(10)  
und  $N_{cr} = \frac{(EI)_{eff} \pi^{2}}{L^{2}}$ 

mit  $N_{cr}$  = ideale Knicklast;  $(EI)_{eff}$  = wirksame Biegesteifigkeit;  $L_{cr}$  = Knicklänge.

Wird die Stütze als Einzelstab aus einem System herausgelöst und als Belastung die Randmomente nach Theorie 2. Ordnung aufgebracht, so ist für  $L_{cr}$  die Systemlänge (z.B. die Geschosshöhe) einzusetzen.

Das hier beschriebene vereinfachte Verfahren darf nur für Schlankheitsgrade  $\bar{\lambda} \leq 2$  angewendet werden, womit der baupraktische Bereich jedoch i. Allg. abgedeckt ist.

#### 2.4.2 Wirksame Biegesteifigkeit

Die wirksame Biegesteifigkeit (EI)<sub>eff</sub> (Gl. 10) wird ebenso wie der plastische Normalkraftwiderstand N<sub>pl,Rd</sub> (Gl. 4 oder 6) aus der Addition der Biegesteifigkeiten der einzelnen Querschnittskomponenten bestimmt. Bei Berechnung der Schnittgrößen nach 2. Ordnung ergibt sich der Bemessungswert der wirksamen Biegesteifigkeit entsprechend Gleichung 11:

 $(EI)_{eff} = E_a I_a + E_s I_s + 0.6 E_{cm} I_c$  (10)

$$(EI)_{eff, II} = 0.9 (E_a I_a + E_s I_s + 0.5 E_{cm} I_c)$$
(11)

mit:  $E_a$ ,  $I_a$  = Elastizitätsmodul und Trägheitsmoment des MSH-Profils;  $E_s$ ,  $I_s$  = Elastizitätsmodul und Trägheitsmoment der Bewehrung, wenn vorhanden (i. Allg. ist  $E_s = E_a$ );  $I_c$  = Trägheitsmoment der ungerissenen Beton-Nettofläche;  $E_{cm}$  = mittlerer Elastizitätsmodul des Betons.

# 2.4.3 Einfluss des Langzeitverhaltens des Betons

Bei der Ermittlung der wirksamen Biegesteifigkeit ist der Einfluss aus dem Langzeitverhalten des Betons in der Regel durch Abminderung des mittleren Elastizitätsmoduls  $\mathrm{E}_{\mathrm{cm}}$  auf den effektiven Wert  $\mathrm{E}_{\mathrm{c,eff}}$  nach Gleichung 12 zu berücksichtigen:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + \frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}} \varphi_{eff}(t, t_o)}$$
(12)

 $\begin{array}{l} \mbox{mit } \phi_{eff}(t,t_{o}) = \mbox{Kriechzahl des Betons;} \\ N_{Ed} = \mbox{Bemessungswert der einwirkenden} \\ \mbox{Normal-kraft; } N_{G,Ed} = \mbox{ständig wirkender} \\ \mbox{Anteil der einwirkenden Normalkraft.} \end{array}$ 

Die wirksame Bauteildicke  $h_0 = 2 \cdot A_c/U$  wird zunächst mit den Außenabmessungen des Betonquerschnitts berechnet. Da die Austrocknung des Betons durch das MSH-Profil verhindert wird, liegen bei Hohlprofilstützen hinsichtlich des Kriechens deutlich günstigere Verhältnisse als bei vollständig oder teilweise einbetonierten Querschnitten vor.

Entsprechend des Nationalen Anhanges DIN EN 1994/NA darf die Kriechzahl  $\varphi(t, t_o)$  daher für die Berechnung des effektiven Elastizitätsmoduls  $E_{c,eff}$  (Gl. 12) auf 25 % abgemindert werden (Gl. 13):

$$\varphi_{\rm eff}(t, t_{\rm o}) = 0.25 \,\varphi(t, t_{\rm o})$$
 (13)

mit  $\varphi(t, t_{o})$  = Kriechzahl des Betons

Für eine auf der sicheren Seite liegende Abschätzung können die in Tabelle 3 angegebenen Endkriechzahlen  $\varphi(t, t_o) = \varphi(\infty, t_o)$  (für  $t = \infty = 70$  Jahre = 25200 Tage) eines Beton C20/25, Zementtyp S entnommen werden.

### Tabelle 3: Endkriechzahl $\varphi$ ( $\infty$ , t<sub>o</sub>), Beton C20/25, Zementklasse S

			07					
		W	irksame Baute	eildicke $h_0 =$	2A <sub>c</sub> /U			
Alter bei Belastung	50	150	600	50	150	600		
$t_0$ in Tagen	Troc	kene Innenrä	ume,		Außenluft,			
		el. Luftfeucht	e	re	rel. Luftfeuchte			
		(RH = 50 %)		(	(RH = 80 %)			
1	7,7	6,3	5,1	5,0	4,5	4,0		
7	5,2	4,3	3,5	3,4	3,1	2,7		
28	3,8	3,1	2,5	2,5	2,2	1,9		
90	2,9	2,4	2,0	1,9	1,7	1,5		
360	2,2	1,8	1,5	1,5,	1,3	1,2		

Zur Ermittlung genauerer Kriechzahlen, die sich durch Berücksichtigung exakter Eingangsparameter ergeben, wird auf die DIN EN 1992-1-1 verwiesen.

$\overline{\lambda}$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	_
0,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,0
0,1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,1
0,2	1,0000	0,9978	0,9956	0,9934	0,9912	0,9889	0,9867	0,9844	0,9821	0,9798	0,2
0,3	0,9775	0,9751	0,9728	0,9704	0,9680	0,9655	0,9630	0,9605	0,9580	0,9554	0,3
0,4	0,9528	0,9501	0,9474	0,9447	0,9419	0,9391	0,9363	0,9333	0,9304	0,9273	0,4
0,5	0,9243	0,9211	0,9179	0,9147	0,9114	0,9080	0,9045	0,9010	0,8974	0,8937	0,5
0,6	0,8900	0,8862	0,8823	0,8783	0,8742	0,8700	0,8657	0,8614	0,8569	0,8524	0,6
0,7	0,8477	0,8430	0,8382	0,8332	0,8282	0,8230	0,8178	0,8124	0,8069	0,8014	0,7
0,8	0,7957	0,7899	0,7841	0,7781	0,7721	0,7659	0,7597	0,7534	0,7470	0,7405	0,8
0,9	0,7339	0,7273	0,7206	0,7139	0,7071	0,7003	0,6934	0,6865	0,6796	0,6726	0,9
1,0	0,6656	0,6586	0,6516	0,6446	0,6376	0,6306	0,6236	0,6167	0,6098	0,6029	1,0
1,1	0,5960	0,5892	0,5824	0,5757	0,5690	0,5623	0,5557	0,5492	0,5427	0,5363	1,1
1,2	0,5300	0,5237	0,5175	0,5114	0,5053	0,4993	0,4934	0,4875	0,4817	0,4760	1,2
1,3	0,4703	0,4648	0,4593	0,4538	0,4485	0,4432	0,4380	0,4329	0,4278	0,4228	1,3
1,4	0,4179	0,4130	0,4083	0,4036	0,3989	0,3943	0,3898	0,3854	0,3810	0,3767	1,4
1,5	0,3724	0,3682	0,3641	0,3601	0,3561	0,3521	0,3482	0,3444	0,3406	0,3369	1,5
1,6	0,3332	0,3296	0,3261	0,3226	0,3191	0,3157	0,3124	0,3091	0,3058	0,3026	1,6
1,7	0,2994	0,2963	0,2933	0,2902	0,2872	0,2843	0,2814	0,2786	0,2757	0,2730	1,7
1,8	0,2702	0,2675	0,2649	0,2623	0,2597	0,2571	0,2546	0,2522	0,2497	0,2473	1,8
1,9	0,2449	0,2426	0,2403	0,2380	0,2358	0,2335	0,2314	0,2292	0,2271	0,2250	1,9
2,0	0,2229	0,2209	0,2188	0,2168	0,2149	0,2129	0,2110	0,2091	0,2073	0,2054	2,0

## Tabelle 4: $\chi$ -Werte der Knicklinie a (Imperfektionsbeiwert $\alpha$ = 0,21)

## Tabelle 5: $\chi$ -Werte der Knicklinie b (Imperfektionsbeiwert $\alpha$ = 0,34)

$\overline{\lambda}$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	
0,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,0
0,1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,1
0,2	1,0000	0,9965	0,9929	0,9894	0,9858	0,9822	0,9786	0,9750	0,9714	0,9678	0,2
0,3	0,9641	0,9604	0,9567	0,9530	0,9492	0,9455	0,9417	0,9378	0,9339	0,9300	0,3
0,4	0,9261	0,9221	0,9181	0,9140	0,9099	0,9057	0,9015	0,8973	0,8930	0,8886	0,4
0,5	0,8842	0,8798	0,8752	0,8707	0,8661	0,8614	0,8566	0,8518	0,8470	0,8420	0,5
0,6	0,8317	0,8320	0,8269	0,8217	0,8165	0,8112	0,8058	0,8004	0,7949	0,7893	0,6
0,7	0,7837	0,7780	0,7723	0,7665	0,7606	0,7547	0,7488	0,7428	0,7367	0,7306	0,7
0,8	0,7245	0,7183	0,7120	0,7058	0,6995	0,6931	0,6868	0,6804	0,6740	0,6676	0,8
0,9	0,6612	0,6547	0,6483	0,6419	0,6354	0,6290	0,6226	0,6162	0,6098	0,6034	0,9
1,0	0,5970	0,5907	0,5844	0,5781	0,5719	0,5657	0,5595	0,5534	0,5473	0,5412	1,0
1,1	0,5352	0,5293	0,5234	0.5175	0,5117	0,5060	0,5003	0,4947	0,4891	0,4836	1,1
1,2	0,4781	0,4727	0,4674	0,4621	0,4569	0,4517	0,4466	0,4416	0,4366	0,4317	1,2
1,3	0,4269	0,4221	0,4174	0,4127	0,4081	0,4035	0,3991	0,3946	0,3903	0,3860	1,3
1,4	0,3817	0,3775	0,3734	0,3693	0,3653	0,3613	0,3574	0,3535	0,3497	0,3459	1,4
1,5	0,3422	0,3386	0,3350	0,3314	0,3279	0,3245	0,3211	0,3177	0,3144	0,3111	1,5
1,6	0,3079	0,3047	0,3016	0,2985	0,2955	0,2925	0,2895	0,2866	0,2837	0,2809	1,6
1,7	0,2781	0,2753	0,2726	0,2699	0,2672	0,2646	0,2620	0,2595	0,2570	0,2545	1,7
1,8	0,2521	0,2496	0,2473	0,2449	0,2426	0,2403	0,2381	0,2359	0,2337	0,2315	1,8
1,9	0,2294	0,2272	0,2252	0,2231	0,2211	0,2191	0,2171	0,2152	0,2132	0,2113	1,9
2,0	0,2095	0,2076	0,2058	0,2040	0,2022	0,2004	0,1987	0,1970	0,1953	0,1936	2,0

# 2.5 Nachweis für planmäßig zentrischen Druck

Die Tragfähigkeit einer Verbundstütze mit planmäßig zentrischer Druckbeanspruchung wird durch Abminderung des vollplastischen Normalkraftwiderstands N<sub>pl.Rd</sub> (Gl. 4 oder 6) des Querschnitts mit einem Abminderungsfaktor  $\chi$  (Gl. 14) bestimmt. Der Abminderungsfaktor  $\chi$  ist in Abhängigkeit vom Schlankheitsgrad  $\overline{\lambda}$  (Gl. 9) den Europäischen Knicklinien (Bild 3).

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$
(15)  
und:  $\phi = \frac{1 - \alpha \ (\bar{\lambda} - 0, 2) + \bar{\lambda}^2)}{2}$ 

mit:  $\phi$  = Hilfswert  $\overline{\lambda}$  = Schlankheitsgrad;  $\alpha$  = Imperfektionsbeiwert ( $\alpha$  = 0,21 für Knicklinie a,  $\alpha$  = 0,34 für Knicklinie b).





Versuche und Vergleichsrechnungen haben gezeigt, dass bei ausbetonierten MSH-Profilen mit größeren Bewehrungsgraden eine Einstufung in die Knicklinie a zu Bemessungsergebnissen führt, die auf der unsicheren Seite liegen. Demnach sind Querschnitte mit Bewehrungsgraden 3 %  $< \rho_s \le 6$  % in die Knicklinie b einzuordnen.

In den Tabellen 4 und 5 sind bereits berechnete Abminderungsfaktoren aufgeführt.

Der Nachweis (Gl. 15) lautet dann:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} \le 1 \tag{15}$$

mit  $N_{pLRd}$  = plastische Normalkraftwiderstand;  $N_{Ed}$  = Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft;  $\chi$  = Abminderungsfaktor.

# 2.6 Nachweis für Druck und einachsige Biegung

Das Nachweisprinzip mit Hilfe der Querschnittsinteraktionskurve ist in Bild 4 dargestellt. Angaben zur Berechnung der Interaktionskurve und des vollplastischen Momentwiderstands  $M_{pl,Rd}$  werden in Abschnitt 2.9 gemacht.

Das einwirkende Biegemoment  $M_{\rm Ed}$  nach Theorie 2. Ordnung ist gemäß Abschnitt 2.8 zu berechnen. Für ausbetonierte kreisförmige und rechteckige MSH-Profile mit einem Bewehrungsanteil  $\rho_{\rm s} \leq 3~\%$  gilt für das Ausweichen rechtwinklig zur y- und z-Achse eine Vorkrümmung von L/300. Bei einem Bewehrungsanteil 3  $\% < \rho_{\rm s} \leq 6~\%$  ist eine Vorkrümmung von L/200 zu verwenden. Unter Verwendung der Interaktionskurve (Bild 4) lautet der Nachweis der Tragfähigkeit (Gl. 16):

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,N,Rd}} = \frac{M_{Ed}}{\mu_d M_{pl,Rd}} \le \alpha_M$$
(16)

mit  $M_{Ed}$  = betragsmäßig größeres Moment, das sich entweder aus den Randmomenten oder aus dem innerhalb der Stützenlänge auftretenden Maximalmoment ergibt,  $M_{ol,N,Rd}$  = vollplastischer Momentenwiderstand bei gleichzeitiger Wirkung der Normalkraft N<sub>Ed</sub>; M<sub>pl.Rd</sub> = vollplastischer Momentenwiderstand des Querschnitts;  $\alpha_{M}$  = Beiwert (für S235, S275 und S355  $\alpha_{M}$ = 0,9 für S420 und S460  $\alpha_{M}$  = 0,8).

Wie Bild 4 zeigt, wächst die Tragfähigkeit des Verbundquerschnitts durch Wirkung von Normalkräften zunächst an (Bauch der Interaktionskurve). Diese Tragfähigkeitserhöhung ( $\mu_d > 1,0$ ) darf jedoch nur in Rechnung gestellt werden, wenn die gleichzeitige Wirkung von Biegemoment und Normalkraft sichergestellt ist, z. B. wenn das Biegemoment aus einer Exzentrizität der Normalkraft resultiert.

Andernfalls ist es erforderlich einen zusätzlichen Nachweis zu führen, bei dem die Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_F$  für diejenigen Schnittgrößen, die zu einer Erhöhung der Beanspruchbarkeit führen, um 20 % abzumindern sind.



> Bild 4: Nachweis für Druck und einachsige Biegung

### 2.7 Nachweis für Druck und zweiachsige Biegung

Dieser Nachweis kommt i. Allg. nur für betongefüllte rechteckige MSH-Profile zum Tragen, da sich die zweiachsige Biegung bei kreisförmigen MSH-Profilen auf den Fall der einachsigen Biegung zurückführen lässt.

Der Nachweis für Druck und zweiachsige Biegung erfordert die Berechnung der aufnehmbaren Biegemomente, getrennt für iede Hauptachse des Verbundquerschnitts, wie dies in Abschnitt 2.6 bereits beschrieben ist. Hierbei braucht jedoch die Imperfektion nur für die versagensgefährdete Achse berücksichtigt zu werden. Meist lässt sich diese leicht erkennen. Ist dies nicht der Fall, sind beide Hauptachsen getrennt einschließlich Imperfektionen zu betrachten. Die Achse mit der geringeren Tragfähigkeit ist dann als versagensgefährdete Achse anzusehen.

Der Nachweis erfolgt durch Addition der einzelnen Anteile (Gl. 17) entsprechend Bild 5.

$$\frac{M_{y,Ed}}{\mu_{dy} M_{pl,y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{\mu_{dz} M_{pl,z,Rd}} \le 1$$
(17)



Häufig ist bei unterschiedlichen Momentenverläufen für die beiden Hauptachsen die Stelle der maximalen Beanspruchung der Stütze aus den beiden Biegemomenten nur schwer zu bestimmen. In dem Fall sollte man vereinfacht die Maximalmomente der beiden Hauptachsen unabhängig von der Wirkungsstelle addieren. Bei negativen Momenten ist darauf zu achten, dass auch die Werte der Interaktionskurve μ<sub>d</sub> dann negativ sind, somit betragsmäßig immer addiert werden.

#### $N_{\rm Ed}$ $N_{\rm Ed}$ N<sub>pl,Rd</sub> Nol Bd (b) 1,0 (a) 1,0 $M_{\rm v. Ed}$ Mpl. v. Bo M<sub>pl. z. Bc</sub> $\mu_{dv}$ $\mu_{\rm dz}$ $M_{\rm y, Ed}$ $M_{\rm y, Ed}$ Mpl, y, Rd M<sub>pl, y, Rd</sub> $0,9\mu_{\rm v}\,\mu_{\rm v}$ $0,8\mu_{v}\mu_{v}$ 0 0 $\frac{M_{z, Ed}}{M_{pl, z, Bc}}$ $M_{\rm z, Ed}$ M<sub>pl, z, Rd</sub> 0,9µ (c) 0,8µ (d) 'n. S235 - S355 S420 + S460

Bild 5: Nachweis f
ür Druck und zweiachsige Biegung

### 2.8 Ermittlung der Momentenschnittgrößen

Für Stützen mit geringen Normalkräften kann das Biegemoment nach Theorie 1. Ordnung bestimmt werden, wenn  $N_{\rm Ed}/N_{\rm cr\,eff} \le 1/10$  (Gl. 2) oder wenn Gleichung 18 eingehalten ist.

$$k = \frac{\beta}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{creff}}} \ge 1,0$$
(18)

mit  $\beta$  = Momentenbeiwert; N<sub>Ed</sub> = Bemessungswert der einwirkenden Normalkraft; N<sub>creff</sub> = die für die jeweils betrachtete Versägensachse maßgebende ideale Verzweigungslast.

Falls diese Bedingung nicht eingehalten werden kann, ist das Biegemoment, das der Tragfähigkeit 0,9 (bzw. 0,8)  $\mu_{d} M_{pl Rd}$ gegenübergestellt wird, nach Theorie 2. Ordnung zu berechnen. Auch hierfür gibt der Eurocode 4 eine Näherungsformel an.

Die Momentenschnittgröße  $M_{_{Ed}}$  nach Theorie 1. Ordnung ist dabei mit dem Faktor k nach Gleichung 18 zu multiplizieren:

### 2.9 Berechnung der Querschnittsinteraktionskurve

Die Ermittlung der Querschnittsinteraktionskurve erfordert i. Allg. einen großen Rechenaufwand. Abhängig von der Lage der Spannungsnulllinie im Querschnitt ergibt sich jeweils eine resultierende innere Normalkraft N und ein Biegemoment M. Spielt man alle möglichen Nulllinienlagen durch, so erhält man die vollständige Querschnittsinteraktionskurve. Berechnungsformeln und parametrisierte Querschnittsinteraktionskurven werden auch in [19] und [21] angegeben.

 $M_{z,Ed}$ 

Þу

Die Querschnittsinteraktionskurve von doppelt-symmetrischen Verbundquerschnitten weist einige Besonderheiten auf: Diese ermöglichen es, diskrete Punkte (Punkte A - E in Bild 6) auf Grundlage geschlossener Formeln zu berechnen. Die Verbindung dieser Punkte führt zu einem Polvaonzua, der für die Auswertuna des Lastfalls Druck und Biegung ausreichend genau ist.

So liegt z. B. der Punkt C in Bild 6 genau über dem Punkt B, liefert also den

gleichen Momentenwert. Dies kann man auch an den zugehörigen Spannungsverteilungen im Querschnitt (Bild 7) erkennen. Bei der Spannungsverteilung des Punktes B (Bild 7), d. h.,  $M = M_{pl,Rd}$  ist die innere Normalkraft N = 0.

Der Abstand der Spannungsnulllinie bei  $M = M_{pl,Rd}$  zur Querschnittsmittellinie wird durch  $h_n$  gegeben. Durch Wirkung einer Normalkraft wird die Nulllinie verschoben, der Druckbereich wird vergrößert. Dies soll bis zur Lage der Spannungsnulllinie des Punktes C (Bild 7) erfolgen, d. h. bis der Abstand  $h_n$  nochmals erreicht ist. Die so zusätzlich überdrückten Teile bewirken keine Veränderung des Moments, da die Momentenanteile aus den Spannungsresultierenden dieser Querschnittsteile sich aufheben, wenn als Drehachse die Mittellinie gewählt wird. Es ergibt sich wieder das Moment  $M_{pl,Rd}$ .

Die dem Punkt C zugeordnete Normalkraft ist die vollplastische Normalkraft des reinen Betonteils  $A_c \cdot f_{ck}$ . Dies erkennt man, wenn man gedanklich die Spannungsverteilung des Punktes B, bei der keine Normalkraft resultiert ( $N_B = 0$ ), von der Spannungsverteilung des Punktes C abzieht, womit die Spannungsbilanz nicht verändert wird. Die durch Zugbeanspruchung bei  $M_{pl,Rd}$  (Punkt B) ausgefallenen Teile des Betons können durch die überdrückten Teile von  $M_{\rm C}$  (Punkt C) ergänzt werden. Die Stahl- und Bewehrungsanteile heben sich auf.

Addiert man dagegen gedanklich die Spannungsverteilungen des Punktes B und des Punktes C, so muss sich wieder der vollplastische Anteil des Betonquerschnitts  $A_c \cdot f_{ck}$  als Resultierende ergeben, da sich die Spannungsbilanz infolge  $N_B = 0$  (Punkt B) ebenfalls nicht ändert. Nun verbleiben Spannungsblöcke, die nur im Bereich von  $2 \cdot h_n$  liegen.

Die Resultierenden der Spannungsblöcke im Bereich von  $2 \cdot h_n$  lassen sich i. Allg. einfach beschreiben. Somit lässt sich eine Bestimmungsgleichung für  $h_n$ , die Lage der Spannungsnulllinie bei  $M_{\text{pl,Rd}}(-h_n)$  und  $M_{\text{C}}(+h_n)$ , angeben.

Die nachfolgenden Formeln für die Spannungsresultierenden der Verteilungen nach Bild 7 sind für ein betongefülltes rechteckiges MSH-Profil mit Bewehrung für Biegung um die y-Achse angegeben. Sie gelten durch Vertauschen der Indizes

Npm,Rd /Npl,Rd

> Bild 6: Vereinfachung der M-N-Interaktionskurve durch einen Polygonzug durch die Punkte A-E

y und z bzw. b und h auch für die z-Biegeachse. Es gelten dabei die geometrischen Bezeichnungen von Bild 1.

Ebenso können die Formeln für betongefüllte kreisförmige MSH-Profile verwenden werden, indem h = b = d gesetzt wird und  $r_a = -d/2$  sowie  $r_i = d/2 - t$ . Diese Vereinfachung führt zu einer geringfügigen Abweichung gegenüber der genaueren Rechnung.

Zunächst werden die plastischen Widerstandsmomente der Bewehrung  $W_{pl,s}$ , des Beton-Nettoquerschnitts  $W_{pl,c}$  und des MSH-Profils  $W_{pl,a}$  bestimmt.

→ Bewehrung:

$$W_{pl,s} = \sum_{i=1}^{11} A_{si} a_{zi}$$
 (19)

mit  $A_{si}$  und  $a_{zi}$  = Flächen der einzelnen Bewehrungsstäbe und deren Abstände zur Mittellinie.

Für schlanke Stützen aus rechteckigen MSH-Profilen ist der Einfluss der Eckausrundungen so klein, so dass diese vernachlässigt werden können.

#### → Beton-Nettofläche:

$$W_{pl,c} = \frac{(b-2t)(h-2t)^2}{4} - W_{pl,s}$$
(20)

mit h, b, t = Höhe, Breite, Wanddicke des MSH-Profils;  $W_{pl,s}$  = plastisches Widerstandsmomente der Bewehrung.

#### → MSH-Profil:

$$W_{pl,a} = \frac{b h^2}{4} - W_{pl,c} - W_{pl,s}$$
(21)

mit h, b, t = Höhe, Breite, Wanddicke des MSH-Profils;  $W_{pl,s}$  = plastisches Widerstandsmomente der Bewehrung;  $W_{pl,s}$  = plastisches Widerstandsmomente der Beton-Nettofläche.

Sind genauere Nachweise erforderlich, können plastischen Widerstandsmomente unter Berücksichtigung der Eckausrundungen entsprechend der Angaben im CIDECT Design Guide 5 [16] und der DIN EN 10210-2 ermittelt werden.

Anschließend werden die normierten Abszissen-  $M/M_{pl,Rd}$  und Ordinatenwerte  $N/N_{pl,Rd}$  für die Punkte A-E ermittelt: → Punkt A charakterisiert eine Stütze unter reiner Druckeinwirkung.

Deren Normalkraftwiderstand  $N_A$  (Gl. 22) entspricht dem Bemessungswert des plastischen Normalkraftwiderstands (Gl. 4 und 6).

$$N_{A} = N_{pl,Rd}$$
  $n_{A} = 1$  (22)

Ein Biegemoment tritt in Punkt A nicht auf.

$$M_A = 0 \qquad m_A = 0$$

→ Punkt D ist durch den maximalen Momentenwiderstand gekennzeichnet.

Die Spannungsnulllinie liegt in Querschnittsmitte, der Normalkraftwiderstand  $N_{\rm p}$  entspricht daher der Hälfte des vollplastischen Normalkraftwiderstands des Betons (Gl. 23).

$$N_{\rm D} = \frac{1}{2} A_{\rm c} f_{\rm cd} = \frac{1}{2} N_{\rm pm,Rd}$$
(23)  
$$n_{\rm D} = \frac{1}{2} \frac{N_{\rm pm,Rd}}{N_{\rm pl,Rd}}$$

Der maximale Momentenwiderstand M<sub>D</sub> ergibt sich aus der Addition des plastischen Momentwiderstands des MSH-Profils, der Bewehrung und des halben Betonquerschnitts (Gl. 24).

$$M_{\rm D} = W_{\rm pl,a} f_{\rm yd} + \frac{1}{2} W_{\rm pl,c} f_{\rm cd} + W_{\rm pl,s} f_{\rm sd}$$
(24)  
$$m_{\rm D} = \frac{M_{\rm D}}{M_{\rm pl,Rd}}$$

→ In Punkt C und Punkt B tritt der plastische Momentenwiderstand  $M_{plRd}$  auf.

Während im Punkt B keine resultierende Normalkraft  $N_{\rm B} = 0$  vorhanden ist, entspricht die zum Punkt C gehörige Normalkraft  $N_{\rm c}$  der vollplastischen Normalkraft des reinen Betonteils:

$$N_{c} = A_{c}f_{cd}$$
  $n_{D} = \frac{N_{pm,Rd}}{N_{pl,Rd}}$  (25)

Für die Berechnung des plastischen Momentwiderstands ist die Kenntnis der Lage der Spannungsnulllinie h<sub>n</sub> erforderlich. Diese erhält man aus:

$$h_{n} = \frac{A_{c}f_{cd} - A_{sn}(2f_{sd} - f_{cd})}{2hf_{cd} + 4t(2f_{yd} - f_{cd})}$$
(26)

mit  $A_c$ ,  $A_{sn}$ , = Netto-Betonfläche und Fläche der Bewehrung innerhalb  $h_n$ ;  $f_{yd}$ ,  $f_{cd}$ ,  $f_{sd}$  = Bemessungswerte der Streckgrenzen für das MSH-Profil, den Beton und den Bewehrungsstahl; h, t = Höhe und Wanddicke des MSH-Profils. Für die Berechnung des Moments  $M_{\rm c}$  ist zunächst das vollplastische Element  $M_{\rm n}$  analog (Gl. 24) zu berechnen, wofür die plastischen Widerstandsmomente der im Bereich der Höhe  $2 \cdot h_{\rm n}$  liegenden Querschnittsteile verwendet werden. Zieht man von dem maximalen Moment  $M_{\rm p}$  das Moment  $M_{\rm n}$  ab, so erhält man  $M_{\rm c}$  (Gl. 27):

$$M_{c} = M_{B} = M_{D} - M_{n} = M_{pl,Rd}$$
 (27)  
 $m_{c} = m_{B} = 1$ 

→ Punkt E ist ein Zwischenpunkt zwischen den Punkten C und A.

Für den Punkt E sollte eine signifikante Nulllinienlage außerhalb von  $h_n$  gewählt werden, z. B. am Beginn der Eckausrundung bei MSH-Profilen oder auf der Hälfte zwischen  $h_n$  und Profilrand bei kreisförmigen MSH-Profilen (Bild 7).

Beispielhaft werden die Werte des Punktes E für den Mittelwert von  $\rm N_{C}$  und  $\rm N_{pl,Rd}$  angegeben (Gl. 28):

$$N_{\rm E} = \frac{N_{\rm pl,Rd} + A_{\rm c} f_{\rm cd}}{2}$$
(28)

Die Spannungen im Bereich von  $\Delta h_{E} = h_{E} - h_{N}$  (Gl. 29) müssen als Resultierende Kraft  $\Delta N_{E} = N_{E} - A_{c} \cdot f_{cd}$  liefern:

$$\Delta h_{E} = \frac{\Delta N_{E} - A_{sE} (2 f_{sd} - f_{cd})}{b f_{cd} + 2 t (2 f_{yd} - f_{cd})}$$
(29)  
und  $h_{E} = \Delta h_{E} + h_{n}$ 

mit  $A_{sE}$  = Summe der Bewehrung im Bereich von  $\Delta h_{E}$ ,  $A_{sE}$ , = Fläche der Bewehrung innerhalb  $h_{E}$ ;  $f_{yd}$ ,  $f_{cd}$ ,  $f_{sd}$  = Bemessungswerte der Streckgrenzen für das MSH-Profil, den Beton und den Bewehrungsstahl; b, t = Breite und Wanddicke des MSH-Profils.

Das Differenzbiegemoment  $\Delta M_{\rm E}$  kann analog wie das Moment  $M_{\rm n}$  mit Hilfe von Gleichung 26 berechnet werden, wenn für die plastischen Widerstandsmomente die Querschnittsteile im Bereich von 2 $\cdot$ h<sub>E</sub> eingesetzt werden.

Damit folgt für das zum Punkt E gehörende Moment M<sub>r</sub>:

$$M_{\rm E} = M_{\rm D} - \Delta M_{\rm E} \qquad m_{\rm E} = \frac{M_{\rm E}}{M_{\rm pl.Rd}}$$
(30)

Diese Berechnungsmethode lässt sich analog für alle doppeltsymmetrischen Verbundquerschnitte anwenden. Auch für ein MSH-Profil mit einem innenliegenden weiteren Stahlprofil lassen sich solche Formeln entwickeln.



Bild 7: Spannungsverteilungen bei den Punkten A-E

# 3 Nachweise für Schub und Lasteinleitung

### **3.1 Allgemeines**

Bei den Verbundstützenquerschnitten darf von einem vollständigen Zusammenwirken der einzelnen Querschnittsteile, d. h. von vollständigem Verbund, ausgegangen werden.

Bei nennenswerten Querkräften in der Verbundstütze ist die Verbundspannung unter Bemessungslasten zwischen Stahlprofil und Betonteil bei ausbetonierten rechteckigen MSH-Profile auf  $\tau_{\rm Rd} \leq 0,4~\rm N/mm^2$  und bei ausbetonierten kreisförmigen MSH-Profilen auf  $\tau_{\rm Rd} \leq 0,55~\rm N/mm^2$  zu begrenzen (DIN EN 1991-1-1, Tab. 6.6). Das gilt auch für den Schub, der im Bereich von Lasteinleitungen auftritt.

Zur Bestimmung der Verbundspannungen ist eine Aufteilung der Querkraft in einen Beton- und einen Stahlanteil erforderlich. Dies ist insbesondere bei betongefüllten kreisförmigen und rechteckigen MSH-Profilen nur qualitativ möglich, so dass eine exakte Berechnung kaum durchgeführt werden kann. Die zahlreichen Traglastversuche (z. B. [17]) haben gezeigt, dass auch bei größeren Querkräften der Verbund bis zum Versagen der Stütze erhalten bleibt.

### 3.2 Längsschub

Der Nachweis der Schubübertragung kann durch Versuche erbracht werden.

Ein Modell zur Querkraftübertragung kann auch sein, die Querkräfte voll dem außenliegenden Stahlprofil zuzuweisen. Hierbei wird in den querkraftübertragenden Stahlquerschnittsteilen die Streckgrenze reduziert, wenn die Querkraft  $V_{\rm Ed}$  den Wert  $V_{\rm el}\,{}_{\rm el}/2$  übersteigt (DIN EN 1993-1-1):

$$f_{y,red} = f_y \left( 1 - \left( \frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 \right)$$
 (31)

mit  $f_y$  = Streckgrenze des MSH-Profils;  $V_{Ed}$  = Bemessungswert der einwirkenden Querkraft;  $V_{p,Rd}$  = Bemessungswert des Querkraftwiderstands. Bei Stützen ist eine Belastung  $V_{Ed}$  die eine Querkraft größer als  $V_{pl,Rd/2}$  erzeugt äußerst selten, so dass i. Allg. keine Reduzierung der Streckgrenze vorgenommen werden muss. Die vollplastische Querkraft folgt aus Gleichung 31:

$$V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}}$$
(32)

mit  $f_{yd}$  = Bemessungsstreckgrenze des MSH-Profils;  $A_v$  = querkraftübertragende Fläche.



> Bild 8: Anschluss von Fachwerkstäben



Als querkraftübertragende Fläche  $\rm A_{v}$  kann nach DIN EN 1993-1-1 angesetzt werden (Gl. 33):

Kreisförmiges MSH-Profil  $A_v = \frac{2A}{\pi}$  (33) Rechteckiges  $A = \frac{Ah}{\pi}$  and  $A = \frac{Ab}{\pi}$ 

Rechteckiges  $A_v = \frac{Ah}{b+h}$  und  $A_v = \frac{Ab}{b+h}$ 

mit A, d, t, h, b = Fläche, Durchmesser, Wanddicke, Höhe und Breite des MSH-Profils.

Die Berücksichtigung der Querkraft kann jedoch noch einfacher erfolgen, wenn anstelle der reduzierten Streckgrenze  $f_{y,red}$  eine reduzierte Wanddicke  $t_{red}$  (GI. 34) in den querkraftübertragenden Stahlteilen einführt wird:

$$t_{red} = t \left( 1 - \left( \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \right)^2 \right)$$
(34)

mit t = Wanddicke; V = Bemessungswert der einwirkenden Querkraft;  $V_{pl,Rd}$  = Bemessungswert des Querkraftwiderstands.

Mit der reduzierten Wanddicke  $t_{red}$  lassen sich die Überlegungen zur vereinfachten Berechnung der Querschnittsinteraktionskurve (Abschnitt 2.9) anwenden. Obgleich die Reduzierung der Wanddicke nur für die Stege erforderlich ist, kann zur Vereinfachung der Berechnung die Wanddicke des gesamten Querschnitts reduziert werden.

### 3.3 Lasteinleitungsbereiche

Die Überlegungen zur Schubübertragung infolge von Querkräften gelten auch für den Lasteinleitungsbereich. In diesen Bereichen ist sicherzustellen, dass im Falle der betongefüllten Profile der Beton auf möglichst kurzem Wege seinen Lastanteil bekommt.

Die Bilder 8 bis 11 zeigen Anschlüsse, bei denen die Zugkräfte aus den Anschlüssbiegemomenten in die Stahlseitenwände und damit als Druckkraft auf der rückwärtigen Seite der Stütze eingeleitet werden. Die Druckkomponenten der Momente werden direkt auf den Stahlmantel mit dem dahinterliegenden Beton abgegeben. Die Anschlussquerkraft wird nur in den Stahlmantel eingeleitet. Eine Weiterleitung in den Beton wäre nur über Klemmwir-





> Bild 10: Konsole



Anschlüsse, die die Belastung über den Stahlmantel der MSH-Profile einleiten, sind sicherlich nur für geringe Belastungen einzusetzen, falls man keine Verbundmittel im Querschnittsinneren anordnen kann.

Nur mit solchen Verbundmitteln ließe sich auch ein rechnerischer Nachweis der Lasteinleitung durchführen. Solche Verbundmittel sind i. Allg. bei durchlaufenden Stützen mit geringerem Querschnitt nicht einbaubar.



> Bild 11: Außermittiger Anschluss

Eine Lösung bietet Bild 12. Hier wurde der am Anschlussblech(-profil) befestigte Dübel durch ein Bohrloch in der Profilwandung geführt und nachträglich die Stütze mit Beton gefüllt. Mit diesem Anschluss können horizontale Zugkräfte (aus Biegemomenten) eingeleitet werden.



> Bild 12: Lasteinleitung mit durchgesteckten Kopfbolzendübeln





> Bild 13: Lasteinleitung über Kopfplatten

> Bild 14: Anschluss einer Betondecke



Die Lasteinleitung bei geschosshohen Stützen bereitet i. Allg. keine Probleme, da hier Kopfplat-ten angeordnet werden können, die als Dübel und damit als Lasteinleitungselemente dienen (Bild 13).

Für durchlaufende Stützen können Lösungen nach den Bildern 15 und 16 gewählt werden. Experimentelle Untersuchungen [17] haben gezeigt, dass mit Hilfe durchgesteckter Knotenbleche (Bild 16) sehr hohe Lasten in den Beton eingeleitet werden können, da der Beton unterhalb der Schneide infolge der Umschnürungswir kung des Stahlprofils sehr hohe Tragfähigkeiten erreicht.

<sup>&</sup>gt; Anschluss an betongefüllte kreisförmige MSH-Profilstützen; Eingangsbauwerk Messe Frankfurt



> Verfüllung der MSH-Stützen mit Beton in einem Fertigteilwerk

Schweizer Patente Nr. 382950 und 430128

Deutsches Patent Nr. 1559344 Geilinger Stahlbau AG, Winterthur

Schnitt a - a



> Bild 15: Lasteinleitung über Stahlkragen



# 4 Zusammenfassung der einschränkenden Parameter und Anwendungsgrenzen

Die Anwendungsgrenzen und einzuhaltenden Bedingungen für die Berechnung von Verbundstützen mit betongefüllten MSH-Profilen allgemein sowie für das vereinfachte Berechnungsverfahren sollen hier nochmals zusammengefasst angegeben werden. → Grenzwerte der Schlankheit f
ür das N
äherungsverfahren:

 $\overline{\lambda} \leq 2,0$ 

- → Querschnittsparameter  $\delta$ (Abschn. 2.1.2.):  $0,2 \le \delta = \frac{A_a f_{yd}}{N_{pl,Rd}} \le 0,9$
- → Bewehrung: anrechenbarer Bewehrungsanteil für die Kaltbemessung: max. 6 %
- → Nachweis des lokalen Beulens erfüllt bei (Abschn. 2.1.4):
  - $d/t \le 90 \epsilon^2$  für betongefüllte kreisförmige MSH-Profile
  - $h/t \le 52 \epsilon$  für betongefüllte rechteckige MSH-Profile

→ Berücksichtigung der Umschnürungswirkung bei betongefüllten kreisförmigen MSH-Profilen (Abschn. 2.2) darf erfolgen für:

$$\overline{\lambda} \leq 0,5$$
 und  $e = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} \leq \frac{d}{10}$ 

→ Beschränkung der Momententragfähigkeit (Abschn. 2.6):

 $\mu_{\text{d}} \leq 1,0$  bei nicht zusammengehörigen Schnittgrößen

→ Berücksichtigung der Querkraftschubspannungen (Abschn. 3.2) nur für:

$$V_{Ed} > \frac{V_{pl,Rd}}{2}$$
 mit  $V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}}$ 

# 5 Literatur

- DIN EN 1990:2010-12. Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung; Deutsche Fassung EN 1990:2002 + A1:2005 + A1:2005/AC:2010.
- [2] DIN EN 1990/NA:2010-12. Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung.
- [3] DIN EN 1991-1-1:2010-12. Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke - Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau; Deutsche Fassung EN 1991-1-1:2002 + AC:2009.
- [4] DIN EN 1991-1-1/NA:2010-12. Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke -Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau.
- [5] DIN EN 1992-1-1:2011-01. Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004 + AC:2010.
- [6] DIN EN 1992-1-1/A1:2015-03. Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004/A1:2014.
- [7] DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04. Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbetonund Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [8] DIN EN 1992-1-1/NA/A1:2015-12. Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Änderung A1.
- [9] DIN EN 1993-1-1:2010-12. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2005 + AC:2009.

- [10] DIN EN 1993-1-1/A1:2014-07. Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1993-1-1:2005/A1:2014.
- [11] DIN EN 1993-1-1/NA:2017-09. Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Euro-code 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten -Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [12] DIN EN 1994-1-1:2010-12. Eurocode 4: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Anwendungsregeln für den Hochbau; Deutsche Fassung EN 1994-1-1:2004 + AC:2009.
- [13] DIN EN 1994-1-1/NA:2010-12. Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 4: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Anwendungsregeln für den Hochbau.
- [14] DIN EN 13501-2:2016-12. Klassifizierung von Bauprodukten und Bauarten zu ihrem Brandverhalten - Teil 2: Klassifizierung mit den Ergebnissen aus den Feuerwiderstandsprüfungen, mit Ausnahme von Lüftungsanlagen; Deutsche Fassung EN 13501-2:2016.
- [15] DIN EN 10210-2:2006-07. Warmgefertigte Hohlprofile für den Stahlbau aus unlegierten Baustählen und aus Feinkornbaustählen - Teil 2: Grenzabmaße, Maße und statische Werte; Deutsche Fassung EN 10210-2:2006.
- [16] Bergman, R., Matsui, C., Meinsma, C., Dutta, D. 1996. Konstruieren mit Stahlhohlprofilen - Bemessung von betongefüllten Hohlprofilverbundstützen unter statischer und seismischer Beanspruchung. TÜV-Verlag, Köln.
- [17] Roik, K., Schwalbenhofer, K.: Experimentelle Untersuchungen zum plastischen Verhalten von Verbundstützen, Bericht zu P125, Studiengesellschaft für Anwendungstechnik von Eisen und Stahl e.V., Düsseldorf, 1988.

- [18] Petersen, C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen: Elasto- und plastostatische Berechnungsverfahren druckbeanspruchter Tragwerke: Nachweisformen gegen Knicken, Kippen, Beulen Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 1982,
- [19] Dutta, D., Würker, K.-G.: Handbuch Hohlprofile in Strahlkonstruktionen, Verlag TÜV Rheinland GmbH, Köln, 1988.
- [20] Technische Information 1. Mannesmann-Stahlbau-Hohlprofile (MSH) Abmessungen, Statische Werte, Werkstoffe
- [21] Bode, H., Bergmann, R., Betongefüllte Stahlhohlprofilstützen, Merkblatt 167, 2. Auflage, Beratungsstelle für Stahlanwendung, Düsseldorf, 1985.

# 6 Abkürzungen und Symbole

A <sub>a</sub> , A <sub>s</sub>	Querschnittsfläche des Stahl- hohlprofils und der Bewehrung
A <sub>c</sub>	Nettoquerschnittsfläche des Betons
A <sub>sn</sub> , A <sub>sE</sub>	Summe der Bewehrung im Bereich $h_n$ und $\Delta h_E$
A <sub>si</sub>	Querschnittsfläche eines Beweh- rungsstabs
A <sub>v</sub>	querkraftübertragende Quer- schnittsfläche
a <sub>zi</sub> , a <sub>yi</sub>	Abstand des Bewehrungsstabs von der Mittellinie in Richtung der z- oder y-Achse
b, h	Breite und Höhe von Rechteck- hohlprofilen
d, d <sub>s</sub>	Außendurchmesser von Kreis- hohlprofilen, Durchmesser Bewehrungsstab
E <sub>a</sub> , E <sub>s</sub>	E-Modul des Stahlhohlprofils und der Bewehrung
(EI) <sub>eff</sub>	wirksame Biegesteifigkeit
(EI) <sub>eff,II</sub>	wirksame Biegesteifigkeit bei Theorie II. Ordnung
E <sub>cm</sub>	mittlerer E-Modul von Beton
E <sub>c,eff</sub>	effektiver E-Modul des Betons unter Berücksichtigung des Langzeitverhaltens
e	Exzentrizität der Normalkraft
f <sub>ck</sub>	charakteristische Zylinderdruck- festigkeit
f <sub>sk</sub> , f <sub>y</sub>	Streckgrenze der Bewehrung und des Stahlhohlprofils
f <sub>y,red</sub>	reduzierte Streckgrenze
$f_{cd}$	Bemessungsdruckfestigkeit des Betons
f <sub>sd</sub> , f <sub>yd</sub>	Bemessungsfestigkeit des Bewehrungsstahls und des Stahlhohlprofils
h <sub>0</sub>	wirksame Bauteildicke
h <sub>n</sub> , h <sub>E</sub>	Lage der plastischen Nullline; signifikante Nulllinenlage außerhalb $h_{\rm E}$ , Differenz $\Delta h_{\rm E}$
I <sub>a</sub> , I <sub>c</sub> , I <sub>s</sub>	Trägheitsmomente des Stahl- hohlprofils, des Betons und der Bewehrung
k	Faktor zum Berechnen von Biegemomenten nach Theorie 2. Ordnung.
L, L <sub>cr</sub>	Stützen- und Knicklänge
М	aus Spannungsverteilung resul- tierendes Moment

$M_A - M_E$	Momentenwiderstände des
	vereinfachten Interaktionsdia-
	gramms, Differenzbiegemoment
	$\Delta M_{\rm E}$

Bemessungswert des einwirken-M<sub>Ed</sub> den Biegemoments, zusätzlicher Index y oder z bezeichnet betrachtete Biegeachse

- vollplastische Element für Quer-М., schnittsteile im Bereich 2·h,
- plastischer Momentenwider- $M_{pl,Rd}$ stand. zusätzlicher Index v oder z bezeichnet betrachtete Biegeachse
- Abszissen des vereinfachten  $m_A - m_E$ Interaktionsdiagramms
- Ν Aus Spannungsverteilung resultierende Normalkraft
- Normalkraftwiderstände des  $N_A - N_E$ vereinfachten Interaktionsdiagramms N<sub>cr</sub> ideale Verzweigungslast
- N<sub>cr,eff</sub> ideale Verzweigungslast unter Berücksichtigung der wirksamen Biegesteifigkeit
- Bemessungswert der einwirken-N<sub>Ed</sub> den Normalkraft
- dauernd wirkender Anteil der N<sub>G,Ed</sub> Normalkraft
- plastischer Normalkraftwider-N<sub>pl.Rd</sub> stand
- Bemessungswert der Normal-N<sub>pm,Rd</sub> krafttragfähigkeit des Betonquerschnitts bei Druckbeanspruchung
  - Anzahl der Bewehrungsstäbe
- Ordinaten des vereinfachten n<sub>a-nE</sub> Interaktionsdiagramms
  - Verhältniswert der Randmomente
- Außen- und Innenradius der  $r_o, r_i$ Eckausrundung von Rechteckhohlprofilen
- Wanddicke, reduzierte Wandt, t<sub>red</sub> dicke
- U Umfang

n

r

- Bemessungswert der einwirken- $V_{Ed}$ den Querkraft
- $V_{\text{pl,Rd}}$ Bemessungswert der vollplastischen Querkrafttragfähigkeit
- plastisches Widerstandmoment W<sub>pl,a</sub> des Stahlhohlprofils

$W_{pl,c}$	plastisches Widerstandmoment des Betons
$W_{pl,s} \\$	plastisches Widerstandmoment der Bewehrung
α	Imperfektionsbeiwert
$\alpha_{\rm cr}$	Verzweigungslastfaktor
$\alpha_{\rm M}$	Beiwert zur Ermittlung der Momententragfähigkeit von Verbundstützen
β	Momentenbeiwert
δ	plastische Tragfähigkeit des Stahlprofils zum plastischen Normalkraftwiderstand
χ	Abminderungsbeiwert entspre- chend der maßgebenden Knick- linie
3	Beiwert in Abhängigkeit von $\mathbf{f}_{\!_{y}}$
$\gamma_c$ , $\gamma_s$	Teilsicherheitsbeiwert für Beton und Betonstahl
$\gamma_{\rm F}$	Teilsicherheitsbeiwert von Ein- wirkungen unter Berücksichti- gung von Modellunsicherheiten und Abweichungen von den nominellen Abmessungen
$\gamma_{\rm M0}, \gamma_{\rm M1}$	Teilsicherheitsbeiwert für Bau- stahl und Baustahl bei Stabili- tätsversagen
ψ	Kombinationsbeiwert
$\boldsymbol{\tau}_{Rd}$	Bemessungswert der Schubtrag- fähigkeit
$\bar{\lambda}$	Schlankheitsgrad
φ	Funktion zur Bestimmung des Abminderungsbeiwerts $\chi$
$\eta_a,\eta_{a0}$	Reduktionsfaktoren zur Berück- sichtigung der Umschnürungs- wirkung bei betongefüllten Roh- ren
η <sub>c</sub> , η <sub>c0</sub>	Erhöhungsfaktoren zur Berück- sichtigung der Umschnürungs- wirkung bei betongefüllten Roh- ren
$\phi(t,t_0)$	Kriechzahl, t = $\infty$ (70 Jahre) End- kriechzahl
$\phi_{\text{eff}}(t,t_0)$	effektiver Wert der Kriechzahl
$\rho_s$	Bewehrungsgrad
$\mu_d$	Beiwert; zusätzlicher Index y oder z bezeichnet betrachtete Biegeachse

# Beispiel 1: Rechteckiges MSH Profil (S355H) mit exzentrischer Lasteinleitung

## System, Querschnitt und Vorbemessung

Die 4,0 m lange und an beiden Enden gelenkig gelagerte Stütze (Eulerfall 2,  $L_{cr} = L$ ) besteht aus einem rechteckigen MSH Profil h × b × t der Stahlsorte S<sub>355</sub>H (DIN EN 10210) und ist mit Beton C<sub>40/50</sub> verfüllt. Als Bewehrung werden vier Bewehrungsstäbe Ø 20 mm aus B<sub>500</sub>B (DIN 488) verwendet.

$$\begin{split} f_{y} &= 355 \text{ MPa}; \gamma_{M1} = 1,1; \text{ } \text{E}_{a} = 210 \text{ GPa}; \epsilon = 0,81 \\ f_{ck} &= 40 \text{ MPa}; \gamma_{c} = 1,5; \text{ } \text{E}_{cm} = 36 \text{ GPa} \\ f_{sk} &= 500 \text{ MPa}; \gamma_{s} = 1,15; \text{ } \text{E}_{s} = \text{E}_{a} = 210 \text{ GPa} \end{split}$$

Die Stütze wird sowohl zentrisch mit  $N_{1,Ed}$ als auch exzentrisch mit  $N_{2,Ed}$  beansprucht. Die Lasteinleitung von  $N_{2,Ed}$  erfolgt um e = 0,18 m in y-Richtung verschoben, woraus das Randmoment  $M_{v,Ed}$  resultiert.

$$\begin{split} N_{1,Ed} &= 1000 \text{ kN} \\ N_{2,Ed} &= 300 \text{ kN} \\ M_{v,Ed} &= N_{2,Ed} \cdot e = 300 \cdot 0, 18 = 54 \text{ kNm} \end{split}$$

Für Versagen um die schwache Querschnittsachse (z-Achse) mit  $N_{\rm Ed} = \Sigma N_{i,Ed} = 1300~\rm kN$  wird mit dem am Ende dieses Beispiels angegebenen Interaktionsdiagramm ein erforderliches rechteckiges MSH-Profil RHP 260  $\times$  140  $\times$  6,3 mm (Querschnitt 32) ermittelt. Für das Versagen um die starke Querschnittsachse (y-Achse) mit  $N_{\rm Ed} = \Sigma N_{i,Ed} = 1300~\rm kN$  und  $M_{y,Ed} = 54~\rm kNm$  ist das zuvor gewählte Profil damit ausreichend.

Die geringere Betonfestigkeit C<sub>40/50</sub> sowie die geringere Länge wird durch Wahl einer größeren Querschnittsabmessung berücksichtigt.

### Querschnittsflächen

RHP <sup>1)</sup>

$$A_a = 48,4 \text{ cm}^2$$

 Bewehrung <sup>2)</sup>
 $A_s = n\frac{\pi}{4}d_s^2 = 4\frac{\pi}{4}20^2$ 
 $= 12,6 \text{ cm}^2 < 0,06A_c = 18,9 \text{ cm}^2$ 

 Beton <sup>2)</sup>
 $A_c = (h - 2t) (b - 2t) - A_s$ 
 $= (26 - 1, 26) (14 - 1, 26) - 12,6$ 
 $= 315,2 - 12,6 = 302,6 \text{ cm}^2$ 

1) aus Profiltabelle

<sup>2)</sup> unter Vernachlässigung der Eckausrundungen  $\Delta A_c = (4-\pi) \cdot t^2 = 0,341 \text{ cm}^2$ 

Bei der "Kaltbemessung" einer Verbundstütze wird der Bewehrungsanteil rechnerisch auf 6 % der Bruttobetonquerschnittsfläche begrenzt. In diesem Beispiel beträgt der Bewehrungsanteil



 $\rho$  = As/A \_c = 12,6/315,2\cdot100\% = 4,0 %, so dass eine rechnerische Abminderung nicht erforderlich ist.

Damit ergibt sich der Bemessungswert der plastischen Normaltragfähigkeit  $N_{\text{pl,Rd}}$  der Verbundstütze zu:

$$N_{pl,Rd} = A_a \frac{f_y}{\gamma_{M1}} + A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \frac{f_{sk}}{\gamma_s}$$
$$= 48,4 \frac{35,5}{1,1} + 302,6 \frac{4,0}{1,5} + 12,6 \frac{50}{1,15}$$
$$= 1562 + 806,9 + 547,8 = 2917 \text{ kN}$$

### Trägheitsmomente

Die Trägheitsmomente um die starke als auch um die schwache Querschnittsachse des rechteckigen MSH-Profils, der Bewehrung und des Betons können folgender Aufstellung entnommen werden.

$$\begin{array}{l} \hline \mathsf{RHP}^{1} & \mathrm{I}_{a,y} = 4355 \ \mathrm{cm}^{4} \\ \mathrm{I}_{a,z} = 1660 \ \mathrm{cm}^{4} \\ \hline \mathsf{Bewehrung} & \mathrm{I}_{s,y} = \mathrm{nA}_{\mathrm{si}}\mathrm{e}_{zi}^{2} = 12,6\cdot8,7^{2} = 954 \ \mathrm{cm}^{4} \\ \mathrm{I}_{s,z} = \mathrm{nA}_{\mathrm{si}}\mathrm{e}_{yi}^{2} = 12,6\cdot2,9^{2} = 106 \ \mathrm{cm}^{4} \\ \hline \mathsf{Beton}^{2} & \mathrm{I}_{c,y} = \frac{(\mathrm{h-2t})^{3} \ (\mathrm{b-2t})}{12} - \mathrm{I}_{s,y} \\ & = \frac{(26-1,26)^{3} \ (14-1,26)}{12} - \mathrm{I}_{s,z} \\ & = 15122 \ \mathrm{cm}^{4} \\ \mathrm{I}_{c,z} = \frac{(\mathrm{b-2t})^{3} \ (\mathrm{h-2t})}{12} - \mathrm{I}_{s,z} \\ & = \frac{(14-1,26)^{3} \ (26-1,26)}{12} - 106 \\ & = 4157 \ \mathrm{cm}^{4} \end{array}$$

<sup>1)</sup> aus Profiltabelle

<sup>2)</sup> unter Vernachlässigung der Eckausrundungen

### Abgrenzung der Verbundstütze

$$0,2 \le \delta = \frac{N_{a,pl,Rd}}{N_{pl,Rd}} = \frac{48,4 \cdot 35,5}{2917} = 0,59 \le 0,9 \quad \checkmark$$

### Nachweis gegen lokales Beulen

$$\frac{\max(h,b)}{t} = \frac{260}{6,3} = 41,3 \le 52\varepsilon = 52 \left| \frac{235}{355} \right|^{2} = 42,3$$

### Langzeitverhalten

Die wirksame Bauteildicke  $\boldsymbol{h}_{_{\boldsymbol{0}}}$  ergibt sich zu:

$$h_0 = 2\frac{A_c}{u} = 2\frac{302.6}{2(26+14)} = 76 \text{ mm}$$

Für einen Beton des Typs "N", trockene Umgebungsbedingungen (rel. Luftfeuchte von 50 %) und einem Betonalter bei Belastungsbeginn von 7 Tagen und  $h_0 = 76$  mm ergibt sich mit DIN EN 1992-1-1 die Kriechzahl zu:

$$\varphi(\infty,t_0)=2,8$$

Entsprechend dem Nationalen Anhang DIN EN 1994-1-1/NA, darf bei betonge-füllten Hohlprofilen zur Berücksichtigung der Austrocknungsbehinderung die Kriechzahl  $\phi_t = 0.25 \cdot \phi(\infty, t_0)$  verwendet werden.

$$\phi_t = 0,25 \cdot 2,8 = 0,7$$

Der effektive Wert des E-Moduls beträgt dann:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + \frac{N_{G,Ed}}{N_{Ed}}} \phi_t = 35 \frac{1}{1 + 0.7 \cdot 0.7}$$

### Nachweis für die schwache Querschnittsachse

#### Schlankheitsgrad

Für die Berechnung des Schlankheitsgrades sowie der idealen Verzweigungslast  $N_{cr}$  ergibt sich der charakteristische Wert der wirksamen Biegesteifigkeit (EI)<sub>eff</sub> des Querschnitts der Verbundstütze zu:

 $(EI)_{eff,z} = E_a I_{a,z} + E_s I_{s,z} + K_e E_{c,eff} I_{c,z}$ 

Der Korrekturwert K<sub>e</sub> wird mit 0,6 angenommen, die Berücksichtigung des Einflusses aus dem Langzeitverhalten des Betons erfolgt durch Abminderung des Elastizitätsmoduls E<sub>cm</sub> auf den effektiven Wert  $E_{c.eff}$ . Damit ergibt sich:

$$(EI)_{eff,z} = 21000(1660+106) + 0.6 \cdot 2349 \cdot 4157$$
$$= 42.94 \cdot 10^{6} \text{ kNcm}^{2}$$

Die ideale Verzweigungslast ergibt sich zu:

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \text{ (EI)}_{eff,z}}{L_{cr,z}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 42,94 \cdot 10^6}{400^2} = 2649 \text{ kN}$$

Für die Ermittlung des Schlankheitsgrads ist der charakteristische Wert der plastischen Normaltragfähigkeit  $\mathrm{N}_{\mathrm{pl,Rk}}$  der Verbundstütze erforderlich.

$$N_{pl,Rk} = 48,4 \cdot 35,5 + 302,6 \cdot 4,0 + 12,6 \cdot 50$$
  
= 3559 kN

Der Schlankheitsgrad ergibt sich für die betrachtete Versagensachse dann zu:

$$\bar{\lambda}_{z} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{3559}{2649}} = 1,159$$

Da der Bewehrungsgrad der Verbundstütze  $\rho > 3$  % ist, erfolgt die Ermittlung des Reduktionsbeiwerts  $\chi$  mit der Europäischen Knickspannungskurve b, so dass der Imperfektionsbeiwert  $\alpha = 0,34$ beträgt.

$$\phi_z = 0.5 \left[ 1 + \alpha \left( \bar{\lambda}_z - 0.2 \right) + \lambda_z^2 \right] \\= 0.5 \left[ 1 + 0.34 \left( 1.159 - 0.2 \right) \right. \\+ 1.159^2 \right] = 1.335 \\\chi_z = \frac{1}{\phi_z + \sqrt{\phi_z^2 - \lambda_z^2}} = \frac{1}{1.335 + \sqrt{1.335^2 - 1.159^2}} \\= 0.501$$

#### Nachweis

 $\frac{N_{_{Ed}}}{\chi_{_{z}}\,N_{_{pl,Rd}}} = \frac{1300}{0{,}501\cdot2917} = 0{,}89 \leq 1$ 

Anmerkung: Für die Endkriechzahl kann der Tabelle 3  $\varphi(\infty,t_0) = 5,2$  entnommen

werden. Diese basiert auf der sicheren Seite liegenden Annahmen: relative Luftfeuchtigkeit 50 %, Beton  $C_{20/25}$ , Zementtyp "S" und wirksame Bauteildicke  $h_0=50~mm$ . Die Knicktragfähigkeit würde sich dadurch auf  $\chi\cdot N_{pl,Rd}=1432~kN$  reduzieren, der Nachweis  $N_{Ed}(\chi\cdot N_{pl,Rd})=0.91<1$  wäre jedoch auch für diese Abschätzung erfüllt.

### Nachweis für die starke Querschnittsachse

#### Schlankheitsgrad

Der Nachweis einer durch Druck und Biegung beanspruchten Verbundstütze erfolgt auf Grundlage ihrer Querschnittsinteraktionskurve. Für den Nachweis ist die Kenntnis ihres Schlankheitsgrads und des daraus resultierenden Abminderungsfaktors ihrer plastischen Normaltragfähigkeit jedoch nicht erforderlich. Aus Gründen der Vollständigkeit werden beide Werte hier jedoch trotzdem angegeben.

 $(EI)_{eff,y} = 21000 (4355+954) + 0.6 \cdot 2349 \cdot 15122$  $= 132.8 \cdot 106 \text{ kNcm}^2$ 

Die ideale Verzweigungslast ergibt sich zu:

N<sub>cr,y</sub> = 
$$\frac{\pi^2 (\text{EI})_{\text{eff,y}}}{L_{\text{cr,y}}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 132.8 \cdot 10^6}{400^2} = 8192 \text{ kN}$$

Der Schlankheitsgrad ergibt sich für die betrachtete Versagensachse dann zu:

$$\bar{\lambda}_{y} = \left| \frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr,y}} \right| = \left| \frac{3559}{8192} = 0,659 \right|$$

Da der Bewehrungsgrad der Verbundstütze  $\rho > 3$  % ist, erfolgt die Ermittlung des Reduktionsbeiwerts  $\chi$  mit der Europäischen Knickspannungskurve b, so dass der Imperfektionsbeiwert  $\alpha = 0,34$ beträgt.

$$\begin{split} \phi_{y} &= 0.5 \, [1 + \alpha \, (\overline{\lambda}_{y} - 0.2) + \lambda_{y}^{2}] \\ &= 0.5 \, [1 + 0.34 \, (0.659 - 0.2) \\ &+ 0.659^{2}] = 0.795 \end{split}$$

$$\chi_{y} = \frac{1}{\phi_{y} + \sqrt{\phi_{y}^{2} - \lambda_{y}^{2}}} = \frac{1}{0,795 + \sqrt{0,795^{2} - 0,659^{2}}}$$
$$= 0,807$$

### Biegemomente und Theorie II. Ordnung

Das Randmoment an der Lasteinleitung, das nach Theorie I. Ordnung ermittelt

wird, beträgt  $M_{Ed} = 54$  kNm. Am Auflager ist das Moment  $M_{Ed} = 0$ . Die effektive Biegesteifigkeit (EI)<sub>eff.y.II</sub> und ideale Knicktragfähigkeit  $N_{cr,eff.y,II}$  unter Berücksichtigung des Langzeitverhaltens und des Einflusses der Systemverformungen (Theorie II. Ordnung) ergeben sich zu:

$$(EI)_{eff,y,II} = 0.9 \cdot (21000 \cdot (4355+954) + 0.5)$$
$$\cdot 2349 \cdot 15122)$$
$$= 116.3 \cdot 10^{6} \text{ kNcm}^{2}$$
$$N_{er,eff,y,II} = \frac{\pi^{2} (EI)_{eff,y,II}}{L_{er,y}^{2}} = \frac{\pi^{2} 116.3 \cdot 10^{6}}{400^{2}}$$
$$= 7174 \text{ kN}$$

Der Vergrößerungsfaktor k berechnet sich dann mit  $(EI)_{eff;y,II}$  und  $N_{\rm cr,eff;y,II}$  und dem Momentenbeiwert  $\beta$ :

$$k = \frac{\beta}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,eff,y,II}}} = \frac{0,66}{1 - \frac{1300}{7174}} = 0,81 \le 1,0$$

Da  $k \le 1,0$  ist eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung nicht erforderlich, d.h. das Randmoment entspricht dem Bemessungsmoment.

Für die Endkriechzahl  $\varphi(\infty,t_0) = 5,2$  ergäbe sich ebenso der Vergrößerungsfaktor zu k = 0,81. Die Berücksichtigung des Einflusses der Tragwerksverformung auf die einwirkenden Biegemomente (Theorie II. Ordnung) wäre daher ebenfalls nicht erforderlich.

### Querschnittsinteraktionskurve

Die plastischen Widerstandsmomente können folgender Aufstellung entnommen werden.

Bewehrung 
$$W_{pl,s} = \sum A_{si} e_{yi} = 12,6 \cdot 8,7$$
  
= 109,6 cm<sup>3</sup>  
Beton <sup>2)</sup>  $W_{pl,c} = \frac{(h-2t)^2 \cdot (b-2t)}{4} - W_{pl,c}$   
=  $\frac{(26-1,26)^2 (14-1,26)}{4} - 109,6$   
= 1949,4-109,6=1839,8 cm<sup>3</sup>

RHP <sup>1)</sup>  $W_{pl.a} = 416,6 \text{ cm}^2$ 

<sup>1)</sup> aus Profiltabelle

<sup>2)</sup> unter Vernachlässigung der Eckausrundungen

Für die Stelle des maximalen Moments (Punkt D) ergeben sich dann das Bie-

gemoment  $\rm M_{_D}$  und die Normalkraft  $\rm N_{_D}$  zu:

$$M_{\rm D} = W_{\rm pl,a} \frac{f_{\rm y}}{\gamma_{\rm M1}} + \frac{1}{2} W_{\rm pl,c} \frac{f_{\rm ck}}{\gamma_{\rm c}} + W_{\rm pl,s} \frac{f_{\rm sk}}{\gamma_{\rm s}}$$
$$= 416.6 \cdot \frac{35.5}{1.1} + \frac{1}{2} \cdot 1839.8 \cdot \frac{4}{1.5} + 109.6 \cdot \frac{50}{1.15}$$
$$= 20663 \text{ kNcm}$$

$$N_{\rm D} = \frac{1}{2} A_{\rm c} \frac{f_{\rm ck}}{\gamma_{\rm c}} = \frac{1}{2} \cdot 302, 6 \cdot \frac{4}{1,5} = 403,5 \text{ kN} = \frac{N_{\rm pm,Rd}}{2}$$

Die plastische Momententragfähigkeit tritt in den Punkten B und C auf. Die Normalkraft in Punkt B beträgt  $N_{\rm B} = 0$ , im Punkt C:

 $N_{\rm C} = N_{\rm pm, Rd} = 807,0 \text{ kN}$ 

Unter der Annahme, dass im Bereich der Spannungsnullinie keine Bewehrung liegt  $A_{sn} = 0$ , ergibt sich die für die Lage  $h_n$  der Spannungsnullinie:

$$h_{n} = \frac{A_{c} \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}} - A_{sn} \left(2 \frac{f_{y}}{\gamma_{M1}} - \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}}\right)}{2b \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}} + 4t \left(2 \frac{f_{y}}{\gamma_{M1}} - \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}}\right)}$$
$$= \frac{302.6 \cdot \frac{4}{1.5}}{2 \cdot 14 \cdot \frac{4}{1.5} + 4 \cdot 0.63 \cdot \left(2 \cdot \frac{35.5}{1.1} - \frac{4}{1.5}\right)}$$
$$= 3.50 \text{ cm}$$

Im Bereich der Spannungsnulllinie liegt tatsächlich keine Bewehrung, die zuvor getroffene Annahme war also richtig.

Die plastischen Widerstandsmomente der einzelnen Querschnittsteile mit der Höhe  $2 \cdot h_{\rm n}$  sind:

$$W_{pl,sn} = 0$$
  

$$W_{pl,cn} = \frac{(14 - 1,26) \cdot (2 \cdot 3,5)^2}{4} = 156,1 \text{ cm}^3$$
  

$$W_{pl,an} = 2 \cdot \frac{0,63 \cdot (2 \cdot 3,5)^2}{4} = 15,4 \text{ cm}^3$$

Das Moment  $M_{n}$  lässt sich dann wie folgt berechnen:

$$M_{n} = W_{pl,an} \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}} + \frac{1}{2} W_{pl,cn} \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}} + W_{pl,sn} \frac{f_{sk}}{\gamma_{s}}$$
$$= 15,4 \cdot \frac{35,5}{1,1} + \frac{1}{2} \cdot 156,1 \cdot \frac{4}{1,5} = 705,1 \text{ kNcm}$$

Und schließlich ergibt sich die plastische Momententragfähigkeit, die in den Punkten C und B auftritt, zu:

$$\begin{split} \mathbf{M}_{\rm C} &= \mathbf{M}_{\rm B} = \mathbf{M}_{\rm pl,Rd} = \mathbf{M}_{\rm D} - \mathbf{M}_{\rm n} \\ \\ \mathbf{M}_{\rm C} &= \mathbf{M}_{\rm B} = \mathbf{M}_{\rm pl,Rd} = \mathbf{M}_{\rm D} - \mathbf{M}_{\rm n} \\ &= 20663 - 705, 1 = 19958 \ \rm kNcm \end{split}$$

Schneidet die Spannungsnulllinie die Bewehrung, ist die Ermittlung der Normalkraft  $N_E$  und des Biegemoment  $M_E$  im Punkt E aufwändig. Um komplizierte Berechnungen zu vermeiden, wird die Spannungsnulllinie an die Außenkannte der Bewehrung gelegt.

Damit erhält man:

$$h_E = e_z + \frac{d_s}{2} = 8,7 + 1,0 = 9,7 \text{ cm}$$
  
 $\Delta h_E = h_E - h_n = 9,7 - 3,5 = 6,2 \text{ cm}$ 

Die Fläche der zwei Bewehrungsstränge im Bereich von  $\Delta h_E$  beträgt  $A_{sE} = 6,28 \text{ cm}^2$ . Damit folgt für die Normalkraft  $\Delta N_E$ , die durch Überdrückung des Bereichs  $\Delta h_E$ entsteht:

$$\Delta N_{E} = b\Delta h_{e} \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}} + 2t\Delta h_{E} \left( 2 \frac{f_{y}}{\gamma_{M1}} - \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}} \right) + A_{sE} \left( 2 \frac{f_{sk}}{\gamma_{s}} - \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}} \right) = 14 \cdot 6.2 \cdot \frac{4}{1.5} + 2 \cdot 0.63 \cdot 6.2 \cdot \left( 2 \cdot \frac{35.5}{1.1} - \frac{4}{1.5} \right) + 6.28 \cdot \left( 2 \cdot \frac{50}{1.15} - \frac{4}{1.5} \right) = 1244.2 \text{ kN}$$

 $N_E = \Delta N_E + N_C = 1244, 2 + 807 = 2051 \text{ kN}$ 

Die plastischen Widerstandsmomente für den Querschnitt mit der Höhe  $2 \cdot h_E = 19,4$  cm ergeben sich dann zu:

Bewehrung 
$$W_{pl,sE} = W_{pl,s} = 109,6 \text{ cm}^3$$
  
Beton  $W_{pl,cE} = (b - 2t) \frac{(2h_g)^2}{4} - W_{pl,sE}$   
 $= \frac{(14 - 1, 26) (2 \cdot 9, 7)^2}{4} - 109,6$   
 $= 1089,1 \text{ cm}^3$   
PHP  $W_{pl,cE} = \frac{2t(2h_g)^2}{4}$ 

$$w_{plaE} = \frac{4}{4}$$
$$= \frac{2 \cdot 0.63 \cdot (2 \cdot 9.7)^2}{4} = 118.6 \text{ cm}^3$$

Damit erhält man:

$$\Delta M_{E} = W_{pl,aE} \frac{f_{y}}{\gamma_{M1}} + W_{pl,cE} \frac{f_{ck}}{\gamma_{c}} + W_{pl,sE} \frac{f_{sk}}{\gamma_{s}}$$
$$= 118,6 \cdot \frac{35,5}{1,1} + 1089,1 \cdot \frac{4}{1,5}$$
$$+ 109,6 \cdot \frac{50}{1,15} = 11497 \text{ kNcm}$$

Für das Moment am Punkt E erhält man schließlich:

$$M_{\rm E} = M_{\rm D} - \Delta M_{\rm E} = 20663 - 11497 = 9166,0$$
 kNcm

#### Zusammenfassung und Normierung

<u> </u>			2101	2000
Punkt	Ν	М	N/N <sub>pl,Rd</sub>	$M/M_{pl,Rd}$
	kN	kNcm		
А	2917	0	1,00	0,00
В	0	19958	0,00	1,00
С	807,0	19958	0,28	1,00
D	403,5	20663	0,14	1,04
Е	2051	9166,0	0,70	0,46

Siehe Abbildung auf Seite 23.

# Nachweis Druck und einachsige Biegung

$$\frac{N}{N_{pLRd}} = \frac{1300}{2917} = 0,45 \le 1,0$$

Aus dem Interaktionsdiagram kann der Wert  $\mu = 0,79$  abgelesen werden.

$$\frac{M_{Ed}}{0.9\mu M_{pl,Rd}} = \frac{54}{0.9 \cdot 0.79 \cdot 151.92} = 0.50 \le 1.0 \checkmark$$

### Nachweis Längsschub

Die einwirkende Querkraft beträgt

$$V_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{1} = \frac{54}{4.0} = 13,5 \text{ kN}$$

Die Querkraft  $V_{Ed}$  wird vereinfachend nur dem außenliegenden Stahlprofil zugewiesen. Damit ergibt sich die querkraftübertragende Fläche  $A_v$  zu (DIN EN 1993-1-8, 6.2.6(3)):

$$A_{v} = \frac{A_{a}n}{h+b} = \frac{48,4 \cdot 26}{26 + 14} = 31,5 \text{ cm}^{2}$$
$$\frac{V_{Ed}}{A_{v}f} = \frac{13,5}{31,5 \cdot 35,5} = \frac{13,5}{586,9} = 0,023 << 0,5$$

Die Berücksichtigung der Querkraft bei der Tragfähigkeit ist nicht erforderlich.

Die Lasteinleitung des geringen Biegemoments kann konstruktiv gestaltet werden.





Nr.	h [mm]	b [mm]	t [mm]	A <sub>a</sub> [cm <sup>2</sup> ]	A <sub>c</sub> [cm²]	A <sub>s</sub> [cm²]	l <sub>a</sub> [cm⁴]	l <sub>c</sub> [cm⁴]	l <sub>s</sub> [cm⁴]
30	220	120	10,0	61,4	191,2	8,0	3681	6269	315
31	220	120	14,2	83,3	166,8	7,0	4682	4975	245
32	260	140	6,30	47,8	302,3	12,6	4259	15161	864
33	260	140	8,00	59,8	289,9	12,1	5222	14131	800
34	260	140	10,0	73,4	275,7	11,5	6250	12974	730
35	260	140	14,2	100,3	246,5	10,3	8111	10737	596
36	260	180	6,30	52,8	397,3	16,6	5071	19936	1136
37	260	180	8,00	66,2	383,6	16,0	6239	18713	1060
38	260	180	10,0	81,4	367,8	15,3	7510	17338	974
39	260	180	14,2	111,7	388,0	14,0	9829	14662	812



Nr.	h [mm]	b [mm]	t [mm]	A <sub>a</sub> [cm²]	A <sub>c</sub> [cm²]	A <sub>s</sub> [cm²]	l [cm⁴]	l <sub>c</sub> [cm⁴]	l <sub>s</sub> [cm⁴]
30	220	120	10,0	61,4	191,2	8,0	3681	6269	315
31	220	120	14,2	83,3	166,8	7,0	4682	4975	245
32	260	140	6,30	47,B	302,3	12,6	4259	15161	864
33	260	140	8,00	59,8	289,9	12,1	5222	14131	800
34	260	140	10,0	73,4	275,7	11,5	6250	12974	730
35	260	140	14,2	100,3	246,5	10,3	8111	10737	596
36	260	180	6,30	52,8	397,3	16,6	5071	19936	1136
37	260	180	8,00	66,2	383,6	16,0	6239	18713	1060
38	260	180	10,0	81,4	367,8	15,3	7510	17338	974
39	260	180	14,2	111,7	388,0	14,0	9829	14662	812

## Beispiel 2: Kreisförmige MSH-Profile mit planmäßig zentrischer Lasteinleitung



# System, Querschnitt und Vorbemessung

Die 3 m lange und an beiden Enden gelenkig gelagerte Stütze (Eulerfall 2 mit  $L_{\rm cr} = L$ ) besteht aus einem MSH Kreishohlprofil d × t der Stahlsorte S355H (DIN EN 10210) und ist mit einem Beton C30/37 verfüllt. Als Bewehrung wird ein B500B (DIN 488) verwendet. Damit ergeben sich die folgenden Randparameter:

$$\begin{split} f_y &= 355 \text{ MPa}; \gamma_{M1} = 1,1; \text{ E}_a = 210 \text{ GPa} \\ f_{ck} &= 30 \text{ MPa}; \gamma_c = 1,5; \text{ E}_{cm} = 33 \text{ GPa} \\ f_{sk} &= 500 \text{ MPa}; \gamma_s = 1,15; \text{ E}_s = \text{E}_a = 210 \text{ GPa} \end{split}$$

Zum Zeitpunkt der Vorbemessung wird ein Bewehrungsgrad von  $\rho s = 4 \%$  angenommen.

Die Stütze wird zentrisch mit einer axialen Einwirkung von  $N_{Ed} = 7750$  kN beansprucht. Die Verteilung der Randmomente ist bei der Vorbemessung unerheblich, da der Momentenverlauf keinen Einfluss auf die Ordinatenwerte der Bemessungsdiagramme hat.

Nach dem Diagramm am Ende des Beispiels ergibt sich für eine Verbundstütze mit einer Knicklänge von  $L_{cr} = 5,0 \text{ m}$  und einer Einwirkung von  $N_{Ed} = 7500 \text{ kN}$  ein erforderliches Kreishohlprofil von KHP 406,4 × 8,8 mm (Querschnitt 34). Die geringere Einwirkung wurde verwendet, da die Knicklänge lediglich  $L_{cr} = 3,0 \text{ m}$ beträgt. Das Diagramm für eine Knicklänge von  $L_{cr} = 2,5 \text{ m}$  liefert für diesen Querschnitt eine Tragfähigkeit von  $N_{Rd} \approx 7900 \text{ kN}$ . Die Tragfähigkeit  $N_{Rd}$  wird mit der linearen Interpolation ermittelt:

$$N_{Rd} = 7500 + (7900 - 7500) \frac{5 - 3}{5 - 2.5} = 7820 > N_{Ed}$$

Der gewählte Querschnitt sollte also ausreichend sein.

### Querschnittsflächen

KHP Profil <sup>1)</sup>  $A_a = 110 \text{ cm}^2$ Bewehrung <sup>2)</sup>  $A_s = n\frac{\pi}{4}d_s^2 = 16\frac{\pi}{4}25^2$ = 78,5 cm<sup>2</sup> > 0,06A<sub>c</sub> = 71.2 cm<sup>2</sup> Betonfläche  $A_c = \frac{\pi}{4}(d-2t)^2 - A_s$  $= \frac{\pi}{4}(40,64-1,76)^2 - 71,2$ = 1187 - 71,2 = <u>1116 cm<sup>2</sup></u>

 $^{1)}$  aus Profiltabelle oder  $A_{a}$  =  $\pi/4 \cdot (d^{2} - (d - 2 \cdot t)^{2})$  aus Lastfall "Brand"

In der "Kaltbemessung" der Verbundstütze ist der Bewehrungsanteil rechnerisch auf 6% der Bruttobetonfläche begrenzt. Dies kann entweder

 a) durch eine rechnerische Reduktion des Durchmessers der Bewehrungsstäbe erfolgen

$$d_{s} \leq \sqrt{\frac{0,06(d-2t)^{2}}{n}}$$
$$\leq \sqrt{\frac{0,06(40,64-1,76)^{2}}{16}} = 2,38 \text{ cm}$$

b) oder durch rechnerisches Weglassen statisch ungünstiger liegender Bewehrung in der N\u00e4he der Biegeachse (z.B. der z-Achse).

Damit ergibt sich der Bemessungswert der plastischen Normaltragfähigkeit N<sub>pl,Rd</sub> der Verbundstütze ohne Berücksichtigung der Umschnürungswirkung zu:

$$N_{pl,Rd} = A_a \frac{f_y}{\gamma_{M1}} + A_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \frac{f_{sk}}{\gamma_s}$$
$$= 110 \frac{35.5}{1.1} + 1116 \frac{3.0}{1.5} + 71.2 \cdot \frac{50}{1.15}$$
$$= 3550 + 2232 + 3096 = 8878 \text{ kN}$$

#### Trägheitsmomente

Zur Ermittlung des Trägheitsmoments der Bewehrungsstäbe I, wird Methode b) verwendet. Die drei äußeren Bewehrungslagen werden vollständig, die zur Biegeachse nächstgelegenen Bewehrungsstäbe nur zur Hälfte angesetzt. Außerdem werden lediglich die Steineranteile berücksichtigt.

 $I_{a} = 4,91 \cdot [2 \cdot 15,5^{2} + 4 \cdot (10,96^{2} + 14,32^{2})] +$  $4 \cdot 5,93^2 \cdot \frac{4,91}{2} = 9091 \text{ cm}^4$ KHP Profil <sup>1</sup>)  $I_a = 21732 \text{ cm}^4$  $I_{c} = \frac{\pi}{64}(d-2t)^{4} - I_{s}$ Beton  $=\frac{\pi}{64}(40,64-1,76)^4-9091$ 

$$= 103079 \text{ cm}^4$$

<sup>1)</sup> aus Profiltabelle oder I<sub>a</sub> =  $\pi/64 \cdot (d^4 - (d - 2 \cdot t)^4)$ 

Anmerkung: Reduziert man den Durchmesser aller Bewehrungsstäbe wie bei Verfahren a) beschrieben, ergibt sich das Trägheitsmoment der Bewehrungsstäbe zu:

 $I_s = 4,44 \cdot [2 \cdot 15,5^2 + 4 \cdot (5,93^2 + 10,96^2 + 14,32^2)]$  $= 8533 \text{ cm}^4$ 

Das Trägheitsmoment der Bewehrungsstäbe  $n \cdot \pi/64 \cdot d_s^4 = 25,2 \text{ cm}^4$  ist gering, so dass die Vernachlässigung gerechtfertigt ist. Das Trägheitsmoment des Betons ergibt sich dann zu  $I_c = 103636 \text{ cm}^4$ .

### Abgrenzung der Verbundstütze

$$0,2 \le \delta = \frac{N_{a,pl,Rd}}{N_{ol,Rd}} = \frac{110\frac{5.5}{1.1}}{8878} = 0,40 \le 0,9 \quad \checkmark$$

25 5

### Nachweis gegen lokales Beulen

$$\frac{d}{t} = \frac{406.4}{8.8} = 46.2 \le 90\varepsilon^2 = 90\frac{235}{355} = 59.6 \quad \checkmark$$

### Langzeitverhalten

Konservativ wird die tatsächliche Bewehrungsfläche bei der Ermittlung der Kriechzahl  $\varphi(t,t_0)$  berücksichtigt. Die wirksame Bauteildicke h, ergibt sich zu:

$$h_0 = 2 \frac{A_c}{u} = 2 \frac{1116}{\pi 40,64} = 175 \text{ mm}$$

Für einen Betons des Typs "N", trockene Umgebungsbedingungen (rel. Luftfeuchte von 50 %) und einem Alter bei Belastungsbeginn von 7 Tagen ergibt sich mit DIN EN 1992 -1-1 die Kriechzahl zu:

 $\varphi(\infty, t_0) = 3.2$ 

Entsprechend dem Nationalen Anhang DIN EN 1994-1-1/NA, darf bei betongefüllten Hohlprofilen zur Berücksichtigung der Austrocknungsbehinderung die Kriechzahl  $\varphi_{eff} = 0.25 \cdot \varphi(\infty, t_0)$  verwendet werden.

$$p_t = 0,25 \cdot 3,2 = 0,8$$

In dem Beispiel beträgt das Verhältnis der ständigen zur Gesamteinwirkung  $N_{GEd}/N_{Ed} = 0,7$ . Der effektive Wert des E-Moduls beträgt dann:

$$E_{c,eff} = E_{cm} \frac{1}{1 + (N_{G,Ed}/N_Ed) \phi_t}$$
  
= 33  $\frac{1}{1 + 0.7 \cdot 0.8}$   
= 21.15 GPa

### Nachweis für planmäßigen zentrischen Druck

#### **Schlankheit**

Für die Berechnung des Schlankheitsgrades sowie der idealen Verzweigungslast N<sub>cr</sub> ergibt sich der charakteristische Wert der wirksamen Biegesteifigkeit (EI)eff des Querschnitts der Verbundstütze zu:

 $(EI)_{eff} = E_a I_a + E_s I_s + K_e E_{cm} I_c$ 

Der Korrekturwert Ke wird mit 0,6 angenommen, die Berücksichtigung des Einflusses aus dem Langzeitverhalten des Betons erfolgt durch Abminderung des Elastizitätsmoduls E<sub>cm</sub> auf den effektiven Wert  $E_{c,eff}$ . Damit ergbit sich

 $(\mathrm{EI})_{\mathrm{eff}} = 21000 \cdot (21732 + 9091)$ +  $0.6 \cdot 2115 \cdot 103079$ 778.1 · 10<sup>6</sup> kNcm<sup>2</sup>

Die ideale Verzweigungslast ergibt sich zu: . ----

$$N_{\rm cr} = \frac{\pi^2 \,(\rm EI)_{\rm eff}}{L_{\rm cr}^2} = \frac{\pi^2 778, 1 \cdot 10^6}{300^2} = 85328 \,\,\rm kN$$

Für die Ermittlung des Schlankheitsgrads ist der charakteristische Wert der plastischen Normaltragfähigkeit N<sub>pl.Rk</sub> der Verbundstütze erforderlich.

$$N_{pl,Rk} = A_a f_y + A_c f_{ck} + A_s f_{sk}$$

 $= 110 \cdot 35.5 + (1187 - 71.2) \cdot 3.0 + 71.2 \cdot 50$ = 10812 kN

Der Schlankheitsgrad ergibt sich für die betrachtete Versagensachse dann zu:

$$\bar{\lambda}_{z} = \sqrt{\frac{N_{pl,Rk}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{10812}{85488}} = 0.356$$

Da der Bewehrungsgrad der Verbundstütze  $\rho > 3$  % ist, erfolgt die Ermittlung des Reduktionsbeiwerts y mit der Europäischen Knickspannungskurve b, so dass der Imperfektionsbeiwert  $\alpha = 0.34$  beträgt.

$$\begin{split} \phi &= 0.5[1 + \alpha (\tilde{\lambda}_{-}0.2) + \tilde{\lambda}^{2}] \\ &= 0.5[1 + 0.34(0.356 - 0.2) + 0.356^{2}] = 0.590 \\ \chi &= \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^{2} - \tilde{\lambda}^{2}}} = \frac{1}{0.59 + \sqrt{0.59^{2} - 0.356^{2}}} \\ &= 0.943) \end{split}$$

### Umschnürungswirkung

Bei betongefüllten kreisförmigen Hohlprofilen darf die aus der Umschnürungswirkung des Rohres resultierende Erhöhung der Betondruckfestigkeit berücksichtigt werden, wenn der bezogene Schlankheitsgrad nicht größer als 0,5 und die auf den Außendurchmesser der Stütze d bezogene Exzentrizität e/d kleiner 0,1 ist.

$$\bar{\lambda} = 0.356 \le 0.5$$
   
 $M_{\rm Ed}$ 

 $e = \frac{N_{Ed}}{N_{Ed}} = 0 \le 0, 1 \cdot d$ 

Da die Lastexzentrizität  $e = M_{Ed}/N_{Ed} = 0 \text{ cm}$ beträgt, ist  $\eta_a = \eta_{a0}$  und  $\eta_c = \eta_{c0}$ .

$$\begin{split} \eta_{a0} &= 0.25(3+2\lambda) = 0.25(3+2\cdot0.356) = 0.928\\ \eta_{c0} &= 4.9 - 18.5\bar{\lambda} + 17\bar{\lambda}^2\\ &= 4.9 - 18.5\cdot0.356 + 17\cdot0.356^2 = 0.469 \end{split}$$

Die vollplastische Normalkrafttragfähigkeit ergibt sich dann zu:

$$N_{pl,Rd} = \eta_a A_a \frac{f_y}{\gamma_{M1}} + A_c \frac{f_c}{\gamma_c} \left( 1 + \eta_c \frac{t}{d} \frac{f_y}{f_{ck}} \right) A_s \frac{f_s}{\gamma_s}$$
  
= 0,928 \cdot 3550 + 2232 \left( 1 + 0,469 \frac{0,88}{40,64} - \frac{35,5}{3} \right) + 3096  
= 8891 kN

### **Nachweis**

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{pl,Rd}} = \frac{7750}{0.943 \cdot 8891} = 0.92 \le 1$$





Nr.	d	t	A <sub>a</sub>	A <sub>c</sub>	A <sub>s</sub>	 a	ا د 1	 s
	[mm]	[mm]	[cm]	[cm ]	[cm ]	[cm ]	[cm ]	[cm ]
30	355,6	8,00	87,4	869,6	36,2	13201	61482	3807
31	355,6	10,0	108,6	849,2	35,4	16224	58651	3615
32	355,6	12,5	134,7	824,1	34,3	19852	55251	3387
33	406,4	8,00	100,1	1149,2	47,9	19874	107077	6950
34	406,4	8,80	109,9	1139,8	47,5	21732	105341	6828
35	406,4	10,0	124,5	1125,7	46,9	24476	102776	6640
36	406,4	12,5	154,7	1096,8	45,7	30031	97583	6287
37	419,0	10,0	128,5	1200,3	50,0	26884	116780	7631
38	457,2	8,00	112,9	1467,7	61,2	28484	174276	11723
39	457,2	10,0	140,5	1441,2	60,0	35138	168068	11277



